

Sujet 1 : Bac S

(Indications et rappels)

Exercice 1 : probabilités conditionnelles

Rappels :

- Probabilités conditionnelles :

$P(A|B)$ = « probabilité de A sachant que B est réalisé »
noté aussi : $P_B(A)$.

$$\text{On a : } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- A est un événement, si on note \bar{A} l'événement contraire , alors :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) .$$

- Si A et B sont deux événements quelconques , alors :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Si A et B sont deux événements incompatibles (= qui ne peuvent pas avoir lieu en même temps .Exple : Si on jette un dé , obtenir 5 et obtenir un nombre pair sont incompatibles), alors :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

ATTENTION : Ne pas confondre avec A et B sont indépendants (= la réalisation de l'un des événements ne dépend pas de celle de l'autre. Exple : On jette deux dés, obtenir 5 avec le premier dé et 6 avec le deuxième sont deux événements indépendants)

(Remarque : Si A et B indépendants, alors :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B))$$

- (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 :

$$\text{alors } u_{n+1} = qu_n \text{ et } u_n = u_0 \times q^n .$$

$$\text{On a : } u_n = u_p \times q^{n-p} .$$

Indication pour le 1)c) :

$$\text{On a } A_{n+1} = (A_{n+1} \cap A_n) \cup (A_{n+1} \cap \overline{A_n})$$

Dans le 2)c), se rappeler que si $0 < k < 1$, $k^n \rightarrow 0$, quand $n \rightarrow +\infty$

Exercice 2 : (Obligatoire)

1)

4 est racine de P \Leftrightarrow P est factorisable par (z - 4)

Equations complexes du second degré :

Soit (E) : $az^2 + bz + c = 0$

Soit $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Si $\Delta = 0$, (E) n'a qu'une solution $z = -\frac{b}{2a}$
- Si $\Delta \geq 0$, (E) a deux solutions réelles $z_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Si $\Delta < 0$, (E) a deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{-b+i\sqrt{\Delta}}{2a} ; z_2 = \frac{-b-i\sqrt{\Delta}}{2a} .$$

2)

Remarque : Si deux points ont des affixes conjugués, ils sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses .

Rappel : $AB = |z_B - z_A|$. Si z_A et z_B sont les affixes respectives de A et de B.

3)

- Si $M(z)$ a pour image $M'(z')$ dans la rotation de centre O et d'angle θ , alors :

$$z' = e^{i\theta} z$$

- Si $M(z)$ a pour image $M'(z')$ dans la translation de vecteur $\vec{u}(a)$, alors :

$$z' = z + a$$

$$(OC) \perp (OF) \Leftrightarrow (\vec{OC}, \vec{OF}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

$$\underline{\text{Rappel}} : (\vec{AB}, \vec{AC}) = \arg \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} [2\pi]$$

Exercice 2 : (Spécialité)

Rappel :

Soit f transformation du plan dans lui-même qui à $M(z)$ associe $M'(z')$ telle que :

$$z' = az + b .$$

- *Premier cas* : si $a = 1$, f est la translation de vecteur $\vec{u}(b)$

On suppose dans toute la suite que $a \neq 1$

- *Deuxième cas* : Si $|a| = 1$ et $\arg a = 0$, alors $f = \text{id}$

Si $|a| = 1$ et $\arg a \neq 0$, alors f est la rotation de centre Ω , d'angle $\arg a$.
 (Avec Ω seul point fixe de f ;
 d'où $\Omega(\frac{b}{1-a})$)

- *Troisième cas* : Si $|a| \neq 1$ et $\arg a = 0$, alors f est l'homothétie de centre $\Omega(\frac{b}{1-a})$, de rapport $|a|$.

Si $|a| \neq 1$ et $\arg a \neq 0$, alors f est la similitude de centre $\Omega(\frac{b}{1-a})$, de rapport $|a|$, d'angle $\arg a$.

M_n appartient au disque de centre Ω et de rayon $r \Leftrightarrow$

$$\Omega M_n \leq r$$

G_n **isobarycentre** de $M_0, M_1, \dots, M_n \Leftrightarrow$

$$G_n = \text{bar} \{ (M_0, 1) ; (M_1, 1) ; \dots ; (M_n, 1) \}$$