

Troisième	<u>Correction de l'épreuve de mathématiques du DNB 2012</u>	Fait le 28/06/2012
-----------	--	-----------------------

Activités numériques

Exercice 1 : (Probabilités)

- 1) Alice choisit les portes au hasard. Il n'y a pas possibilité de savoir derrière quelle porte se trouve la voiture. On est bien dans le cas d'une expérience aléatoire (= le résultat dépend du hasard).

Comme il n'y a qu'une voiture derrière une seule porte (les autres n'ayant rien), elle a une chance sur trois de gagner la voiture. Si on note V l'événement « Elle gagne la

voiture », alors $p(V) = \frac{1}{3}$

- 2) Il y a quatre portes, mais toujours une seule voiture. Alice a donc désormais une chance sur quatre de gagner la voiture.

Or $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ (on le voit soit en passant par les écritures décimales : $\frac{1}{4} = 0,25$ et

$\frac{1}{3} \approx 0,33$ soit en mettant les deux fractions sur le même dénominateur $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ et

$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$)

Donc : **la probabilité de gagner la voiture diminue**

Exercice 2 : (Puissances de 10 et calculatrice)

- 1) $\frac{10^5 + 1}{10^5} = \frac{100\,000 + 1}{100\,000} = \frac{100\,001}{100\,000} = \underline{\underline{1,00001}}$ (Écriture décimale)

- 2) Considérons le calcul suivant : $\frac{10^{15} + 1}{10^{15}}$

- A la main : $\frac{10^{15} + 1}{10^{15}} = \frac{10^{15}}{10^{15}} + \frac{1}{10^{15}} = 1 + 10^{-15} \neq 1$

Antoine a raison : le résultat affiché par la calculatrice est **faux**

En fait, la calculatrice néglige le 1 par rapport à 10^{15} qui est un grand nombre.

Alors, elle calcule $\frac{10^{15}}{10^{15}} = 1$. C'est pourquoi elle trouve 1 comme résultat.

Remarque : on peut trouver d'autres exemples qui conduiront la calculatrice à afficher un résultat faux.

Exemple : $\frac{10^{45} + 1 - 10^{45}}{10^{-9}}$

- A la main : $\frac{10^{45} + 1 - 10^{45}}{10^{-9}} = \frac{1}{10^{-9}} = 10^9$

- A la calculatrice : $\frac{10^{45} + 1 - 10^{45}}{10^{-9}} = 0$. En effet, elle néglige le 1 au numérateur face à

10^{45} , et donc elle calcule $\frac{10^{45} - 10^{45}}{10^{-9}} = 0$ (elle s'est trompée d'un milliard !)

Exercice 3 : (Durées et formule $d = vt$)

Il a parcouru 1 km en 4 minutes et 30 secondes.

On peut donc déterminer sa vitesse moyenne sur ce parcours :

1 km = 1 000 m et 4 minutes 30 secondes = $4 \times 60 + 30 = 270$ secondes

$$\text{Comme } v = \frac{d}{t} = \frac{1000}{270} \approx 3,7 \text{ mètres par seconde (m/s)}$$

Si il garde la même allure sur l'ensemble du marathon, sa vitesse sera d'environ 3,7 m/s.

$$\text{Comme } t = \frac{d}{v}, \text{ et que } 42,195 \text{ km} = 42\,195 \text{ m}, t \approx \frac{42\,195}{3,7} \approx 11\,404 \text{ secondes}$$

$$\text{C'est-à-dire : } \frac{11\,404}{3600} \approx 3,17 \text{ heures d'où : environ 3 heures et } 0,17 \times 60 = 10 \text{ minutes}$$

Par conséquent : **Il mettra moins de 3h30min pour effectuer la marathon**

Exercice 4 : (Notion de solution, factorisation, équation-produit)

On considère l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$

1) Un nombre est solution de cette équation si quand on remplace x par ce nombre dans le membre de gauche, on obtient 0.

- Prenons $x = \frac{3}{4}$:

$$(4 \times \frac{3}{4} - 3)^2 - 9 = (3 - 3)^2 - 9 = 0 - 9 = -9 \neq 0 \text{ donc } \frac{3}{4} \text{ n'est pas solution}$$

- Prenons $x = 0$:

$$(4 \times 0 - 3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0 \text{ donc } 0 \text{ est solution de l'équation}$$

$$2) (4x - 3)^2 - 9 = (4x - 3)^2 - 3^2$$

(expression de la forme $a^2 - b^2$ qu'on factorise en $(a + b)(a - b)$ (identité remarquable))

$$\begin{aligned} \text{D'où : } (4x - 3)^2 - 3^2 &= [(4x - 3) + 3][(4x - 3) - 3] \\ &= (4x - \cancel{3} + 3)(4x - 3 - 3) \\ &= 4x(4x - 6) \end{aligned}$$

$$3) \text{ Résoudre } (4x - 3)^2 - 9 = 0 \text{ revient donc à résoudre } 4x(4x - 6) = 0$$

C'est une équation-produit.

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul.

$$\text{D'où : } 4x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x - 6 = 0$$

$$\text{C'est-à-dire : } x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x = 6$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{6}{4} = \frac{2 \times 3}{2 \times 2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Donc } S = \{0 ; \frac{3}{2}\}$$

Activités géométriques :

Exercice 1 : (Calculs d'aires)

1) a) Calcul de l'aire du carré ABCD :

$$\text{Aire(ABCD)} = AB^2 = 40^2 = \underline{1\,600 \text{ cm}^2}$$

b) Calcul de l'aire du rectangle DEFG :

$$\text{Aire(DEFG)} = DE \times DG$$

Or, $DE = 40 - AE = 40 - 15 = 25$ cm et $DG = DC + CG = 40 + 25 = 65$ cm

D'où : $Aire(DEFG) = 25 \times 65 = \underline{1\,625\text{ cm}^2}$

2) Posons $x = AB$

$Aire(ABCD) = AB^2 = x^2$

En ce qui concerne le rectangle DEFG, on a toujours $Aire(DEFG) = DE \times DG$

Avec $DE = x - 15$ et $DG = x + 25$

D'où : $Aire(DEFG) = (x - 15)(x + 25)$

Ecrivons la condition de l'énoncé :

$Aire(ABCD) = Aire(DEFG)$

D'où : $x^2 = (x - 15)(x + 25)$

On développe le membre de droite : $x^2 = x^2 + 25x - 15x - 15 \times 25$

D'où : $x^2 = x^2 + 10x - 375$

C'est-à-dire : $0 = 10x - 375$

Donc $10x = 375$, par conséquent : $x = \frac{375}{10} = 37,5$

Pour $AB = 37,5$ cm, l'aire du carré ABCD est égale à celle du rectangle DEFG

Exercice 2 : Cône

1) Calcul du volume du cône :

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h \simeq \frac{1}{3} \times 3,14 \times 2^2 \times 5 \simeq \underline{21\text{ cm}^3}$$

2) Pour répondre à cette question, on peut raisonner de deux façons différentes :

- soit on dit que le petit cône est une réduction du grand dans le rapport $\frac{1}{2}$

Et comme on considère les volumes, le rapport entre les deux est de $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$

Donc le volume du petit cône est égal à $\frac{1}{8}$ de celui du grand (la proposition de l'énoncé était donc fausse)

- Soit on calcule le volume du petit cône avec la formule :

$$V(\text{petit cône}) = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi R^2 \times AB$$

Or, $R = \frac{2}{2} = 1$ cm (le rayon du petit cône vaut la moitié de celui du grand : si on

appelle C le point du cercle de base du grand cône tel que AOC soit un triangle rectangle, alors dans le triangle AOC, on peut appliquer le théorème de Thalès (en fait la droite des milieux, ici))

$$V(\text{petit cône}) = \frac{1}{3} \pi \times 1 \times 2,5 \simeq 2,6\text{ cm}^3 \text{ et comme } V(\text{grand cône}) \simeq 21\text{ cm}^3, \frac{21}{2,6} \simeq 8$$

On a bien $V(\text{petit cône}) = \frac{V(\text{grand cône})}{8}$ (la proposition de l'énoncé était donc fausse)

Exercice 3 :

- Dans le triangle ABC, rectangle en A, on peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned}
 BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\
 &= 300^2 + 400^2 \\
 &= 90\,000 + 160\,000 \\
 &= 250\,000
 \end{aligned}$$

$$D'où : BC = \sqrt{250\,000} = \underline{500 \text{ m}}$$

On considère la configuration-papillon de l'énoncé :

On sait que : - B, C et D sont alignés et il en est de même pour les points A, C et E.
 - Les droites (AB) et (DE) sont parallèles

On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE} = \frac{AB}{DE}$$

$$D'où : \frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} = \frac{300}{DE}$$

Alors, on obtient CD et DE par des produits en croix :

$$CD = \frac{500 \times 1000}{400} = 1250 \text{ m} \quad \text{et} \quad DE = \frac{300 \times 1000}{400} = 750 \text{ m}$$

Par conséquent, la longueur totale du parcours est de :

$$300 \text{ m} + 500 \text{ m} + 1\,250 \text{ m} + 750 \text{ m} = \underline{2\,800 \text{ m}}$$

Problème :

Partie I :

1) Calcul de la durée du vol : 10h30min - 9h 35min = 0h55min

Le vol a duré 55 minutes

2) a) Calcul du nombre de passagers le mercredi :

$$1\,113 - (152 + 143 + 164 + 189 + 157 + 163) = 145$$

145 passagers ont emprunté ce vol le mercredi

b) Calcul de la moyenne du nombre de passagers par jour :

$$\frac{152 + 143 + 145 + 164 + 189 + 157 + 163}{7} = 159$$

Cette semaine-là, il y avait une moyenne de 159 passagers par jour dans l'avion

3) a) Dans la cellule I2, on trouve la somme totale de passagers de la première semaine. Il suffit de taper : **=SOMME(B2:H2)**

b) Dans la cellule J2, on doit calculer la moyenne du nombre de passagers par jour durant la semaine 1. On peut soit taper **=MOYENNE(B2:H2)** soit alors **=I2/7**

4) Capacité maximale de l'avion = 190 passagers

$$80\% \text{ de } 190 = 190 \times \frac{80}{100} = 19 \times 8 = 152$$

Donc l'objectif est clairement atteint

Partie II :

1) $v = 300\,000 \text{ km/s}$

Remarque : le signal parcourt deux fois la distance radar-avion

$$t = 0,0003 \text{ s et } d = v \times t = 300\,000 \times 0,0003 = 90 \text{ km}$$

Donc l'avion se situe à $\frac{90}{2} = \underline{45 \text{ km du radar}}$

2) Dans le triangle RAI, rectangle en I, on a :

$$\sin \widehat{ARI} = \frac{AI}{AR}$$

$$\text{D'où : } \sin 5^\circ = \frac{AI}{45000} \quad \text{Donc : } AI = 45\,000 \times \sin 5^\circ$$

$\approx \underline{3\,900 \text{ m}}$ (car on néglige la hauteur de la tour de contrôle)

Partie III :

1) 10 secondes après avoir touché le sol, l'avion aura parcouru 450 m (lecture graphique)

2) Comme l'avion s'est immobilisé, la distance n'augmente plus.

3) A partir de 20 secondes après l'atterrissage, la distance ne change plus (la fonction est constante). Il met donc 20 s pour s'arrêter.