Troisièmes	**Correction du brevet 2011**	Epreuve : le 28/06/2011

Activités numériques :

Exercice 1 : *Exercice de probabilités et statistiques*

1) Fréquence d'apparition d'une couleur = $\frac{\textit{Effectif de la couleur}}{\textit{Effectif total}}$

Comme l'effectif total est 100, le résultat donné sera en pourcentage

a) Fréquence d'apparition de la couleur jaune = $\frac{20}{100}$ c'est-à-dire **20 %**

b) Fréquence d'apparition de la couleur noire = $\frac{30}{100}$ c'est-à-dire **30 %**

2) Le dé n'est pas truqué :

a) Considérons l'événement J : « Obtenir la couleur jaune »

On a P(J) = $\frac{\textit{Nombre de faces de couleur jaune}}{\textit{Nombre de faces du dé}} = \boxed{\frac{1}{6}}$ *(ce qui signifie qu'on a une chance sur six d'obtenir la face jaune)*

b) Considérons l'événement N : « Obtenir la couleur noire »

On a P(N) = $\frac{\textit{Nombre de faces de couleur noire}}{\textit{Nombre de faces du dé}} = \boxed{\frac{2}{6}}$

3) On a $\frac{1}{6} \simeq \underline{0,17}$ et $\frac{20}{100} = \underline{0,20}$

$\frac{2}{6} \simeq \underline{0,33}$ et $\frac{30}{100} = \underline{0,30}$

Il y a effectivement un écart entre la probabilité d'un événement et la fréquence correspondante.

Les probabilités sont des valeurs théoriques vers lesquelles on peut tendre si l'expérience aléatoire menée l'est un très grand nombre de fois.

Dans cette expérience, on a effectué 100 lancers. Si on avait effectué 2 000 ou 3 000 lancers, la fréquence d'apparition de la couleur jaune serait très proche de la probabilité P(J).

Exercice 2 : *Résolution d'un système de deux équations à deux inconnues*

Notons m le prix d'un triangle en métal et v celui d'un triangle en verre :

Prix du bijou n°1 : 4m + 4v = 11 (car il y a 4 triangles en métal et 4 en verre)

Prix du bijou n°2 : 2m + 6v = 9,10 (car il y a 2 triangles en métal et 6 en verre)

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} 4m+4v=11 \\ 2m+6v=9,10 \end{cases}$$

D'où, en divisant la première équation par 4 et la deuxième par 2 :

$$\begin{cases} m+v=\frac{11}{4} \\ m+3v=\frac{9,10}{2} \end{cases}$$

Si on soustrait la première ligne à la deuxième :

$m + 3v - (m + v) = \frac{9,10}{2} - \frac{11}{4}$

D'où : $2v = \frac{18,20}{4} - \frac{11}{4} = \frac{7,20}{4} = 1,80$

Donc $v = \frac{1,80}{2} = 0,90$. Donc: un triangle en métal coûte *0,90 €*

En reprenant la première équation, et en remplaçant v par la valeur trouvée, on a :

$m = \frac{11}{4} - 0,90 = 2,75 - 0,90 = 1,85$. Donc: un triangle en verre coûte *1,85 €*

Par conséquent : Le bijou n°3 constitué de 3 bijoux en métal et 5 bijoux en verre coûtera :

$3 \times 1,85 + 5 \times 0,90 =$ **10,05 €**

Exercice 3 :

1) Affirmation 1 :

$(2a + 3)^2 = (2a)^2 + 2x2ax3 + 3^2$ *(Identité remarquable : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$)*

$= 4a^2 + 12a + 9$ pour tout nombre a

Donc **l'affirmation est fausse**, le double-produit a été oublié !

Remarque : Il suffisait juste de prendre une valeur numérique pour a et on montrait que $(2a + 3)^2 \neq 4a^2 + 9$

Si on prend a = 1, alors : $(2a + 3)^2 = (2x1 + 3)^2 = 5^2 = 25$

et $4a^2 + 9 = 4x1^2 + 9 = 13$

Affirmation 2 :

Le deuxième pourcentage ne s'applique par sur le même prix que le premier.

L'affirmation est donc fausse.

Prenons un exemple :

Si 100 € est le prix de départ : augmenter de 20 % ce prix donne :100x1,20 = 120 €

Baisser 120 € de 20 % revient à calculer : 120 x 0,80 = 96 €

De manière générale, si p est le prix de départ.

Augmentation de 20 % : p x 1,20

Baisse de 20 % : (p x 1,20) x 0,80 = p x 1,20 x 0,80 = p x 0,96

En fait, au final, ***ça revient à faire une baisse de 4 % du prix initial***

2) Egalité 1 : $\frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{\sqrt{16 \times 2}}{2} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

Donc : **L'égalité 1 est vraie**

Egalité 2 : $10^5 + 10^{-5} = 100\,000 + 0,000\,01 = 100\,000,000\,01 \neq 10^0$

Donc : **L'égalité 2 est fausse**

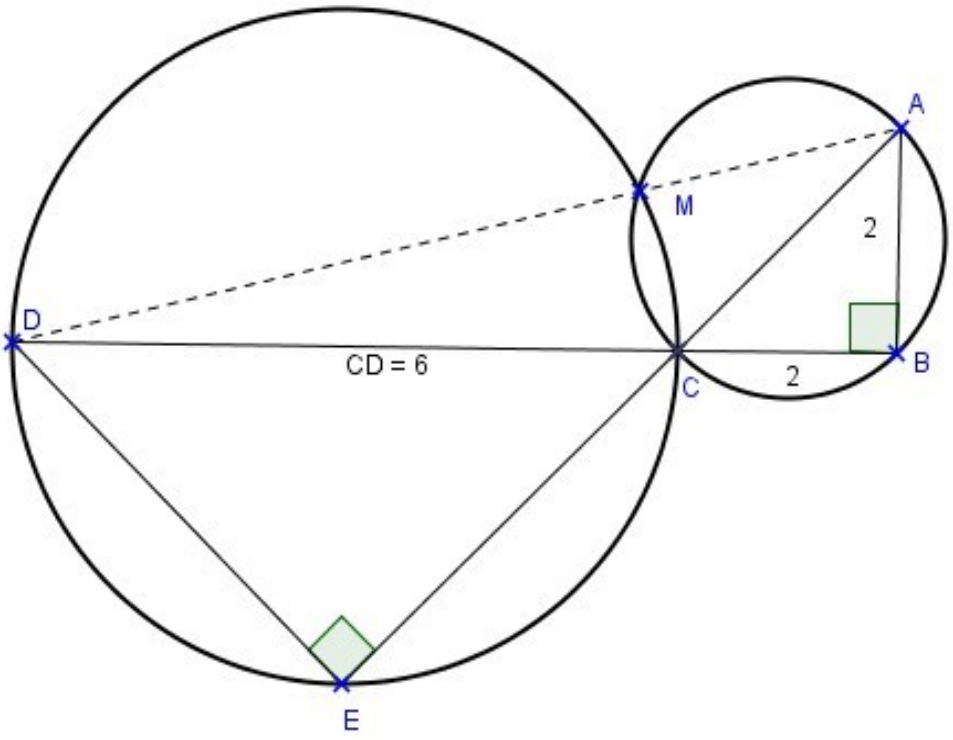
Pour qu'elle devienne vraie, il faut changer l'addition en multiplication :

$10^5 \times 10^{-5} = 10^{5+(-5)} = 10^0$

Activités géométriques :

Exercice 1 :

1) Voir figure après



2) a) On sait que BC = BA.
Or, si un triangle a deux côtés égaux, alors il est isocèle.
D'où : ABC est isocèle en B.
D'autre part, ABC est rectangle en B, c'est donc un triangle rectangle et isocèle.
Or, un triangle rectangle isocèle a ses deux angles à la base égaux chacun à 45°

Donc : $\widehat{ACB}$ = **45°**

b) On sait que $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DCE}$ sont deux angles opposés par le sommet.
Or, deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

Donc : $\widehat{DCE}$ = **45°**

3) Dans le triangle DCE, rectangle en E, on a :

$$\sin \widehat{DCE} = \frac{DE}{DC}$$

D'où : $\sin 45° = \frac{DE}{6}$ C'est-à-dire **DE** = 6 x sin 45° $\simeq$ **4,2 cm**

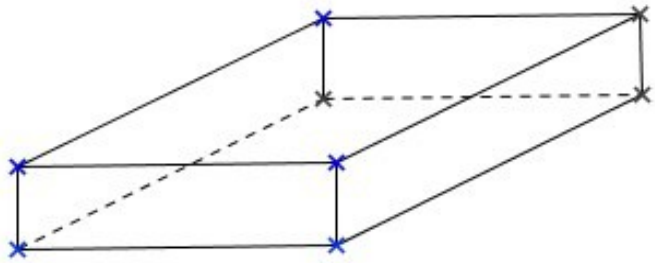
4) On sait que DCE est un triangle rectangle en E.
Or, dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit se situe au milieu de l'hypoténuse.
Donc : Le centre du cercle circonscrit au triangle DCE se situe au milieu de [DC]

Le cercle circonscrit au triangle ABC a son centre lui au milieu de [AC]
5) On sait que [DC] est un diamètre du cercle ($\mathcal{C}$)et que M est un point de ce cercle distinct de D et de C.
Or, si un triangle est inscrit dans un cercle en ayant un diamètre du cercle pour côté, alors ce triangle est rectangle.
Donc : MDC est rectangle en M, autrement dit : $\widehat{DMC}$ = 90°
On raisonne de même dans le triangle AMC qui est rectangle en M également.
D'où : $\widehat{AMC}$ = 90°
Or, $\widehat{DMA} = \widehat{DMC} + \widehat{AMC}$ Donc $\widehat{DMA}$ = 90°+90° = **180°**

Par conséquent : **Les points D, M et A sont alignés**

Exercice 2 :

1)



2) a) Volume = longueur x largeur x hauteur

= 40 x 20 x 30 = **24 000 cm^3**

b) Cet aquarium peut contenir 24 000 cm^3 = **24 litres** car 1 litre = 1 000 cm^3

3) Volume(Boule de rayon R) = $\frac{4}{3} x\pi xR^3$

ATTENTION : dans l'énoncé, on donne le diamètre et non le rayon !

Donc V = $\frac{4}{3} x\pi x15^3$

4) Volume(Second aquarium) = $\frac{3}{4} x \frac{4}{3} x\pi x 15^3 = \pi x 15^3 \simeq 10\,602{,}88$ cm

Or, le premier aquarium a une base de 40 cm x 20 cm = 800 cm^2

Pour obtenir la hauteur d'eau, il suffit de faire $\frac{Volume\,(Second\ aquarium)}{800}$

D'où : h $\simeq \frac{10602{,}88}{800} \simeq$ **13,3 cm**

Problème

Partie I :

1) a) Il y a eu plus de précipitations **en 1999** (1 087 litres/m^2)

b) En 2009, il est tombé 867 litres/m^2. Sur une surface de 5 m^2, il est donc tombé 5x867 = **4 335 litres**

2) Quantité moyenne d'eau tombée en une année = moyenne de toutes les précipitations sur les onze années =

$\frac{1087+990+868+850+690+616+512+873+810+841+867}{11} = \frac{9004}{11} \simeq$ 818,5 litres

3) La surface au sol est l'aire d'un rectangle :

Surface = 13,9 x 10 = **139 m^2**

4) On a V = 867 x 139 x 0,9 = 108 461,7 litres = 108 461,7 $dm^3 \simeq$ **108 m^3**

Partie II :

1) Consommation moyenne par jour d'une personne = 115 litres

Pourcentage cherché = $\frac{41}{115} x 100 \simeq 35{,}7$

L'eau utilisée pour les WC représente en moyenne 35,7 % de la consommation moyenne par jour

2) La consommation moyenne par jour d'une personne est de 115 litres.
Comme il y a quatre personnes dans la famille, cela représente 115x4 = 460 litres

60% de 460 litres = $\frac{460 \times 60}{100}$ = 46x6 = 276 litres

Donc sur un an : 276 x 365 =100 740 litres $\simeq$ 100,7 m^3

3) Or, en 2009, ils ont récupéré environ 108 m^3 (question 4 partie I)

Donc **l'eau de pluie aurait pu suffire aux besoins de la famille en 2009**

Partie III :

1) a) Pour 100 m^3 d'eau, il faut payer **250 €**

b) Graphiquement, le prix en fonction de la quantité consommée est représenté par une droite qui passe par l'origine du repère. La fonction p est donc une fonction linéaire
Elle est donc de la forme p(x) = ax où a est un nombre.

Comme p(100) = 250, alors 100a = 250 d'où a = $\frac{250}{100}$ = 2,50

Donc : p(x) = 2,5x

c) La fonction donnant le prix abonnement inclus est f(x) = 2,5x + 50

Sa représentation graphique est une droite parallèle à celle représentant p et passant par le point (0;50)

2) Prix de la citerne = 910 € Economie = 250 €/an

$\frac{910}{250}$ = 3,64

Donc la famille aura réussi à compenser l'achat de la citerne au bout de quatre ans