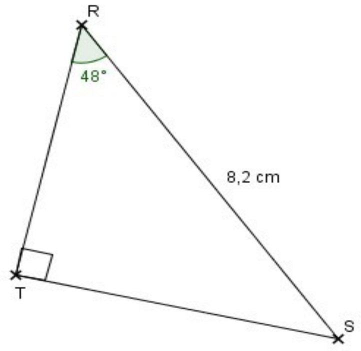
Troisième E2	**<u>Correction du devoir n°4: Trigonométrie</u>**	Fait 26/01/12

<u>Exercice 1 :</u>



1) Dans le triangle RST, rectangle en T, on a :

$$\sin \widehat{TRS} = \frac{TS}{RS}$$

$$\sin 48° = \frac{TS}{8,2} \qquad \text{D'où : } TS = 8,2 \times \sin 48°$$

Donc **<u>TS ≃ 6,1 cm</u>**

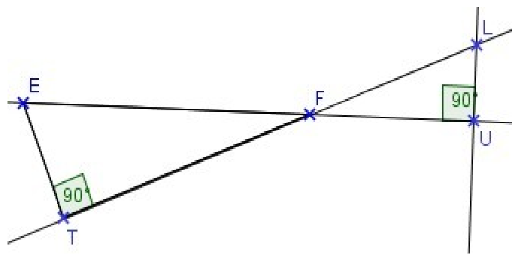
2) **<u>Première méthode :</u>** Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires (= leur somme est égale à 90°)

Or, $\widehat{TRS} = 48°$, donc $\widehat{RST} = 90° - 48° =$ **<u>42°</u>**

<u>Deuxième méthode :</u> Dans le triangle précédent, on a : $\cos \widehat{RST} = \frac{TS}{RS}$

D'où : $\cos \widehat{RST} \simeq \frac{6,1}{8,2}$ Alors : $\widehat{RST} \simeq \cos^{-1}\left(\frac{6,1}{8,2}\right) \simeq$ **<u>42°</u>**

<u>Exercice 2 :</u>



Les points E, F et U sont alignés et les points T, F et L sont alignés.

EF = 10 cm, FU = 8 cm et LU = 4 cm.

1) Dans le triangle LFU, rectangle en U, on a :

$\tan \widehat{LFU} = \frac{LU}{FU}$ D'où : $\tan \widehat{LFU} = \frac{4}{8} = 0,5$

Alors : $\widehat{LFU} = \tan^{-1}(0,5) \simeq$ **<u>27°</u>**

2) Tout d'abord, $\widehat{LFU} = \widehat{EFT}$, car ce sont <u>*deux angles opposés par le sommet.*</u>

D'où : $\widehat{EFT} \simeq 27°$

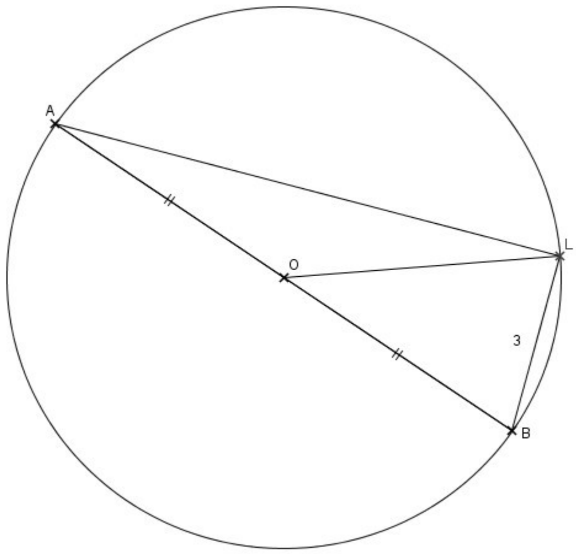
Dans le triangle EFT, rectangle en T, on a :

$\sin \widehat{EFT} = \frac{ET}{EF}$ C'est-à-dire : $\sin 27° = \frac{ET}{10}$

D'où : ET = 10 x sin 27° ≃ **<u>4,5 cm</u>**

<u>Exercice 3 :</u>

1)



2) On sait que : [AB] est un diamètre du cercle et L est un point de ce cercle distinct de A et de B.

Or, *si un triangle est inscrit dans un cercle en ayant un diamètre du cercle pour côté, alors ce triangle est rectangle.*

Donc : **<u>LAB est un triangle rectangle en L</u>**

3) Dans le triangle LAB, rectangle en L, on a :

$$\sin \widehat{LAB} = \frac{LB}{AB} = \frac{3}{9}$$

Alors : $\widehat{LAB} = \sin^{-1}\left(\frac{3}{9}\right) \simeq$ **<u>19°</u>**

4) On sait que $\widehat{LAB}$ et $\widehat{LBA}$ sont les deux angles aigus du triangle rectangle LBA et $\widehat{LAB} \simeq 19°$

Or, *dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires.*

Donc : $\widehat{LBA} \simeq 90° - 19° =$ **<u>71°</u>**

5) On sait que [BO] et [OL] sont des rayons du cercle.

Or, *dans un cercle, tous les rayons ont la même longueur.*

Donc : OL = OB autrement dit : **<u>Le triangle BOL est isocèle en O</u>**

6) On sait que : BOL est un triangle isocèle en O et $\widehat{LBO} \simeq 71°$ (d'après la question 4))

Or, *dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont égaux.*

Donc : $\widehat{LBO} = \widehat{BLO} \simeq 71°$

Or, *dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°*

D'où : $\widehat{LOB} = 180° - 2 \times 71° = 180° - 142° =$ **<u>38°</u>**

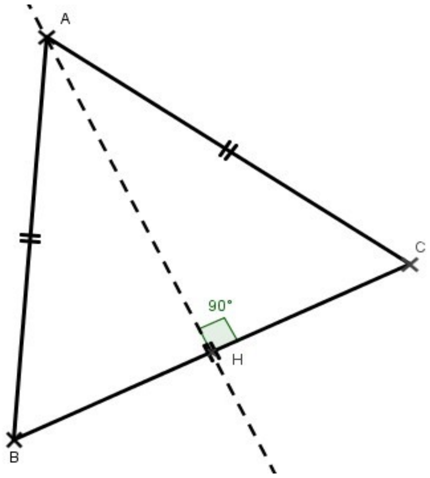
7) Dans la question 3), on a calculé $\widehat{LAB} \simeq 19°$

On constate que

$$\boxed{\widehat{LOB} = 2 \times \widehat{LAB}}$$

<u>Remarque :</u> *Ce résultat sera revu plus tard dans l'année dans le chapitre : Angle inscrit. Angle au centre.*

<u>Exercice 4 :</u>1) *Dans un triangle équilatéral, une hauteur est aussi médiane, médiatrice et bissectrice* . Alors, en particulier : **<u>H est le milieu de [BC]</u>**



2) Tout d'abord : *Dans un triangle équilatéral, tous les angles sont égaux à 60°.*

En particulier, $\widehat{ACH} = 60°$

Dans le triangle AHC, rectangle en H, on a :

$$\cos \widehat{ACH} = \underline{\textbf{cos 60°}} = \frac{CH}{AC} = \frac{\frac{5}{2}}{5} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

3) Dans le triangle ACH, rectangle en H, on applique le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$5^2 = AH^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\text{D'où : } AH^2 = 25 - \frac{25}{4} = \frac{100}{4} - \frac{25}{4} = \frac{75}{4}$$

$$\text{Alors : } AH = \sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{25 \times 3}}{2} = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Donc : } AH = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{5\sqrt{3}}{2}}$$

4) Dans le triangle ACH, rectangle en H, on a :

$$\sin \widehat{ACH} = \underline{\textbf{sin 60°}} = \frac{AH}{AC} = \frac{5\frac{\sqrt{3}}{2}}{5} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

5) On sait que $\tan 60° = \dfrac{\sin 60°}{\cos 60°}$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1}$$

Donc $\underline{\textbf{tan 60°}} = \boxed{\sqrt{3}}$

6) On sait que $\underline{\textbf{sin 30°}} = \cos 60° = \boxed{\frac{1}{2}}$

et $\underline{\textbf{cos 30°}} = \sin 60° = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$$\underline{\textbf{tan 30°}} = \frac{\sin 30°}{\cos 30°} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$