

Classe de troisième	<u>Conseils sur l'utilisation du théorème de Pythagore et de la réciproque de ce théorème</u>	Année scolaire 2010/2011
---------------------	--	--------------------------

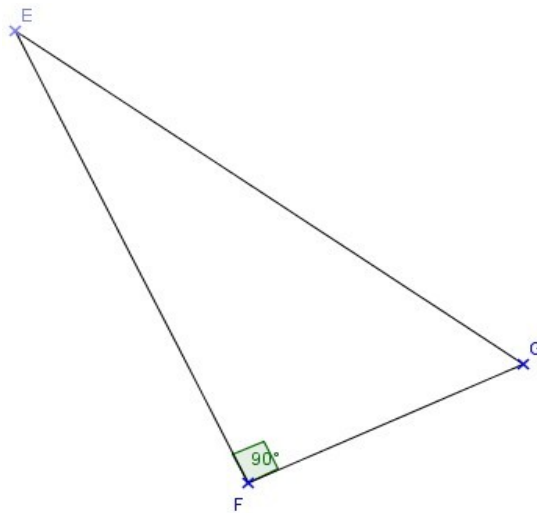
Pour ne pas confondre le théorème de Pythagore avec sa réciproque, il est impératif de bien rappeler quelles sont les hypothèses et les conclusions de ces deux « outils » fréquemment utilisés en géométrie.

I) Théorème de Pythagore :

Hypothèses : on se place dans **un triangle rectangle**

Conclusion : On veut calculer un des trois côtés de ce triangle

Exemple : On considère le triangle EFG, rectangle en F tel que : EF = 7 cm et EG = 8 cm. Calculer FG.



Rédaction : Dans le triangle EFG, rectangle en F, on applique le théorème de Pythagore :

$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$

Remarque : Le côté [EG] s'appelle l'hypoténuse. (étymologiquement « tendu en-dessous », car il était de coutume depuis l'Antiquité, de représenter les triangles rectangles avec l'angle droit au-dessus)

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.

On remplace ce que l'on connaît : $EG^2 = 8^2 = 64$ et $EF^2 = 7^2 = 49$

D'où : $64 = 49 + FG^2$. C'est-à-dire : $FG^2 = 64 - 49 = 15$

Pour calculer FG, on passe à la racine carrée :

$$FG = \sqrt{15}$$

A la calculatrice, on détermine une valeur approchée : $FG \simeq 3,9$

On n'oublie pas d'écrire une phrase de réponse : **Le côté [FG] mesure environ 3,9 cm**

Le théorème de Pythagore ne sert jamais à démontrer qu'un triangle est rectangle

Si on connaît les mesures des trois côtés du triangle et qu'on demande de prouver que le triangle est rectangle, il faudra utiliser la réciproque du théorème de Pythagore.

II) Réciproque du théorème de Pythagore :

Hypothèses : On connaît les mesures des trois côtés d'un triangle.

Conclusion : On veut prouver que le triangle est rectangle

Exemple : On considère le triangle ABC tel que $AB = 5$ cm $BC = 12$ cm et $AC = 13$ cm.
Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

Remarque : Dans certains exercices, cette question est posée au début, alors dans la suite, comme on est dans un triangle rectangle, on pourra utiliser la trigonométrie.

Rédaction :

Surtout ne pas commencer à écrire l'égalité de Pythagore comme si elle était vérifiée.

IL FAUT LA DEMONTRER

(Quand on ne fait pas attention à cela, on est alors amené à écrire des égalités « évidentes » du style $169 = 169$!)

On calcule le plus grand côté au carré (ne pas dire l'hypoténuse, sinon, cela suppose que le triangle est rectangle. Or, on ne l'a toujours pas démontré)

$$AC^2 = 13^2 = 169$$

$$\begin{aligned}\text{Puis, la somme des carrés des deux autres côtés : } AB^2 + BC^2 &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 \\ &= 169\end{aligned}$$

$$\text{D'où : } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B

ATTENTION : Que se passe-t-il si l'égalité n'est pas vérifiée ? (même de pas grand chose: exemple : on trouve 169 pour le carré du grand côté et 168,7 pour la somme des carrés des deux autres côtés)

Alors, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle.

Pour la notion de contraposée, voir le cours de quatrième sur le théorème de Pythagore et sa réciproque :

<http://mangeard.maths.free.fr/Ecole/Quatriemes/2010-2011/chapitre6%28Th%20de%20Pythagore%29.pdf>