3ième E	**Corrigé du devoir n°6 : racines carrées**	Fait le 14/03/2011

Exercice 1 :

1) $A = \sqrt{25} \times \sqrt{4}$

$= \sqrt{25 \times 4}$

$= \sqrt{100} = \mathbf{10}$

$B = \sqrt{3,6} \times \sqrt{10}$

$= \sqrt{3,6 \times 10}$

$= \sqrt{36} = \mathbf{6}$

2) $C = \dfrac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$

$= \sqrt{\dfrac{54}{6}}$

$= \sqrt{9} = \mathbf{3}$

$D = \dfrac{\sqrt{11900}}{\sqrt{119}}$

$= \sqrt{\dfrac{11900}{119}}$

$= \sqrt{100} = \mathbf{10}$

3)

$A = (1 + \sqrt{2})^2$

$= 1 + 2x1x\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= 1 + 2\sqrt{2} + 2$

$= 3 + 2\sqrt{2}$

$B = (\sqrt{3} - 5)^2$

$= (\sqrt{3})^2 - 2x5x\sqrt{3} + 5^2$

$= 3 - 10\sqrt{3} + 25$

$= 28 - 10\sqrt{3}$

$C = (2\sqrt{7} + 3)^2$

$= (2\sqrt{7})^2 + 2x2\sqrt{7}x3 + 3^2$

$= 4x7 + 12\sqrt{7} + 9$

$= 28 + 9 + 12\sqrt{7}$

$= 37 + 12\sqrt{7}$

$D = (3 - \sqrt{5})(6\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$

$= 3x6\sqrt{5} + 3x2\sqrt{2} - \sqrt{5}x6\sqrt{5} - \sqrt{5}x2\sqrt{2}$

$= 18\sqrt{5} + 6\sqrt{2} - 6x5 - 2\sqrt{10}$

$= 18\sqrt{5} + 6\sqrt{2} - 30 - 2\sqrt{10}$

$E = (4\sqrt{6} - \sqrt{2})(4\sqrt{6} + \sqrt{2})$

$= (4\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2$

$= 16x6 - 2$

$= 96 - 2$

$= \mathbf{94}$

Exercice 2 :

1) $A = 3\sqrt{80} - 5\sqrt{125} + 7\sqrt{45} - 2\sqrt{20} + \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{16 \times 5} - 5\sqrt{25 \times 5} + 7\sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{4 \times 5} + \sqrt{5}$

$= 3x\sqrt{16}x\sqrt{5} - 5x\sqrt{25}x\sqrt{5} + 7x\sqrt{9}x\sqrt{5} - 2x\sqrt{4}x\sqrt{5} + \sqrt{5}$

$= 12\sqrt{5} - 25\sqrt{5} + 21\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{5}$

$= 5\sqrt{5}$

2) $B = 2\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 6\sqrt{108}$

$= 2\sqrt{25 \times 3} - 5\sqrt{9 \times 3} + 6\sqrt{36 \times 3}$

$= 2x5\sqrt{3} - 5x3\sqrt{3} + 6x6\sqrt{3}$

$= 10\sqrt{3} - 15\sqrt{3} + 36\sqrt{3}$

$= 31\sqrt{3}$

Exercice 3 :

$$\frac{5\sqrt{2}}{4\sqrt{3}-2} = \frac{5\sqrt{2}\times(4\sqrt{3}+2)}{(4\sqrt{3}-2)\times(4\sqrt{3}+2)}$$

$$= \frac{5\times4\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+10\sqrt{2}}{(4\sqrt{3})^2-2^2} = \frac{20\sqrt{6}+10\sqrt{2}}{48-4} = \boxed{\frac{20\sqrt{6}+10\sqrt{2}}{44}}$$

Exercice 4 :

$C = (7x - 5)^2 - 81$

1) $C = 49x^2 - 70x + 25 - 81$

$= \underline{\mathbf{49x^2 - 70x - 56}}$

2) $C = (7x - 5)^2 - 9^2$

$= [7x - 5 + 9]\,[7x - 5 - 9]$

$= \underline{\mathbf{(7x + 4)(7x - 14)}}$

3) $(7x + 4)(7x - 14) = 0$

Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$

$7x + 4 = 0$ ou $7x + 14 = 0$

$x = -\frac{4}{7}$ ou $x = -\frac{14}{7} = -2$

D'où : $S = \{-\frac{4}{7} ; -2\}$

4) Pour $x = \sqrt{2}$:

$C = (7\sqrt{2} - 5)^2 - 81$

$= 49 \times 2 - 70\sqrt{2} + 25 - 81$

$= 98 - 56 - 70\sqrt{2}$

$= 42 - 70\sqrt{2}$

Exercice 5 :

1) $x^2 = -1 < 0$ donc cette équation n'admet pas de solution. $\underline{S = \emptyset}$

2) $9x^2 = 64$ d'où : $x^2 = \frac{64}{9} > 0$ donc l'équation admet deux solutions :

qui sont : $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$ et $-\sqrt{\frac{64}{9}} = -\frac{8}{3}$

$\underline{\text{Donc : } S = \{\frac{8}{3} ; -\frac{8}{3}\}}$

3) $x^2 - 9 = -3x^2 + 72$

$x^2 + 3x^2 = 72 + 9$

$4x^2 = 81$

$x^2 = \frac{81}{4} > 0$ donc l'équation admet deux solutions :

$\underline{S = \{\frac{9}{2} ; -\frac{9}{2}\}}$

Exercice 6 :

$A = \sqrt{2}(3 + \sqrt{5}) = 3\sqrt{2} + \sqrt{10}$ D'où : $A^2 = (3\sqrt{2} + \sqrt{10})^2$

$= 18 + 6\sqrt{20} + 10$

$= 28 + 6\sqrt{20}$

$B^2 = (6 - \sqrt{5})^2 = 36 - 12\sqrt{5} + 5$

$= 41 - 12\sqrt{5}$

D'où : $A^2 + B^2 = 28 + 6\sqrt{20} + 41 - 12\sqrt{5}$

$= 69 + 6\sqrt{4 \times 5} - 12\sqrt{5}$

$= 69 + 12\sqrt{5} - 12\sqrt{5} = \underline{\mathbf{69}}$ **et 69 est bien un entier.**

Exercice 7 :

1) $E = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1$

$= \frac{1}{4} \times (1 + 2\sqrt{5} + 5) - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1$

$= \frac{6+2\sqrt{5}}{4} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{2}{2}$

$= \frac{3+\sqrt{5}}{2} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{2}{2}$

$= \frac{3+\sqrt{5}-1-\sqrt{5}-2}{2} = \underline{\mathbf{0}}$

2) Comme Φ annule E, alors $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$

D'où : $\underline{\boldsymbol{\Phi^2 = \Phi + 1}}$