

Classe de troisième	Chapitre VII : Fonction linéaire/Fonction affine	Année scolaire 2007/2008
---------------------	---	--------------------------

I) Fonction linéaire :

1) Définition :

Soit a un nombre réel fixé. La fonction $x \mapsto ax$ désigne le processus « je multiplie par a » ($x \mapsto ax$ se lit « à x , on associe ax »)

Notations :

- La fonction est souvent notée f

- Pour donner l'expression de f définie par $f : x \mapsto ax$, on écrit : $f(x) = ax$ (se lit « f de x est égal à ax »)

Attention : $f(x)$ ne désigne pas le fait qu'on multiplie f par x , mais l'expression de f en fonction de x .

Exemple :

Si on note x la mesure d'un côté d'un carré, son périmètre est de $4x = 4x$.

On peut donc poser $f : x \mapsto 4x$. A chaque mesure du côté d'un carré, on peut donc associer le périmètre de ce carré.

f est bien une fonction linéaire.

Pour différentes valeurs de x , on peut compléter un tableau comme suit :

Longueur du côté	2	5	6,2	x
Périmètre du carré	8	20	24,8	$4x$

On peut noter : $f(2) = 8$. On dit que 2 a pour **image** 8 par la fonction f .

De même, $f(5) = 20$. C'est-à-dire : 5 a pour **image** 20 par la fonction f .

Si on veut calculer l'image de 56,2 par f , on calculera $f(56,2)$, c'est-à-dire :

$$f(56,2) = 4 \times 56,2 = 224,8.$$

Par conséquent : un carré de côté mesurant 56,2 cm a un périmètre de 224,8 cm

Propriété : *Une fonction linéaire traduit une situation de proportionnalité.*

Exemple : Dans le cas précédent, le périmètre du carré est proportionnel à la mesure du côté de ce carré. **Le coefficient de proportionnalité** est le nombre que l'on trouve devant x dans l'expression de f . Ici c'est 4.

2) Représentation graphique :

Propriété : *La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.*

Exemple : Représentons graphiquement la fonction f définie précédemment :

$$f(x) = 4x$$

Le tableau de proportionnalité nous fournit les coordonnées de trois points de la

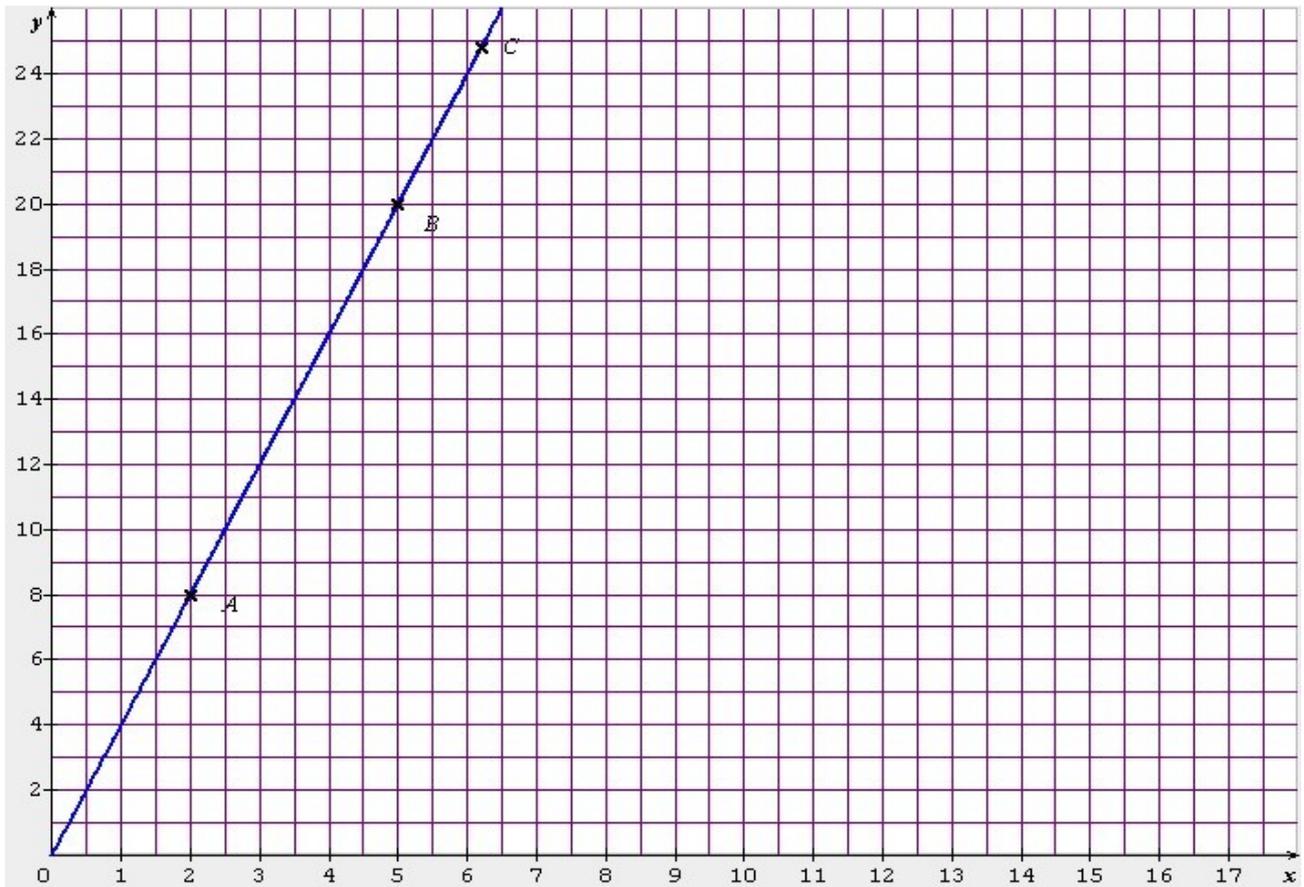
représentation graphique de f :

- x désigne l'abscisse du point (= coordonnée qui se lit horizontalement sur le repère)
- $f(x)$ désigne l'ordonnée du point correspondant.(= coordonnée qui se lit verticalement sur le repère)

Si on appelle respectivement A , B et C les trois points en question.

On a : $A(2;8)$ $B(5;20)$ $C(6,2;24,8)$

Les trois points A , B et C sont bien alignés et la droite ainsi tracée passe par O .



Méthode :

Pour tracer la droite représentant une fonction linéaire d'expression donnée, il suffit de calculer les coordonnées d'un seul point de cette droite.

(en effet, par deux points distincts, il ne passe qu'une seule droite et cette dernière passe déjà par O , seul le calcul d'un point suffira).

Exemple :

Représenter graphiquement la fonction f telle que $f(x) = 2x$ et la fonction g telle que $g(x) = -0,5x$

Pour la fonction f : on fixe une valeur pour x et on calcule $f(x) = y$

x	3
$f(x)$	6

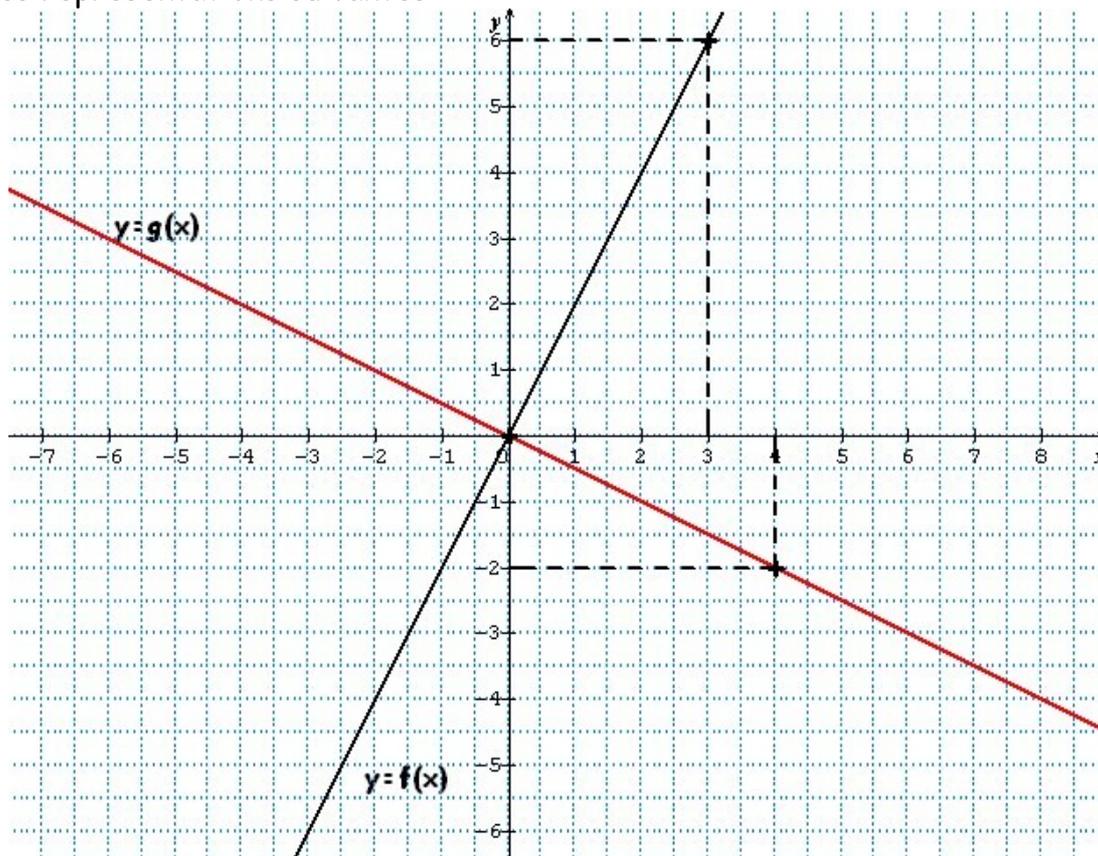
$f(3)=2 \times 3=6$ (L'image de 3 par f est 6)

Pour la fonction g :

x	4
$g(x)$	-2

$g(4) = -0,5 \times 4 = -2$ (L'image de 4 par g est -2)

D'où les représentations suivantes :



II) Fonction affine :

1) Définition :

Soient a et b , deux nombres réels fixés. La fonction affine $f: x \mapsto ax + b$ désigne le processus suivant : « Je multiplie par a et j'ajoute b »

On notera : $f(x) = ax + b$

Exemple :

Cette semaine, il y a une opération spéciale au cinéma. On paie 10 € au départ, puis, pour chaque séance, il suffit de payer 1,5 €. On peut aller voir autant de films que l'on veut.

Si on note x le nombre de séances, le prix total à payer sera de $1,5x + 10$

Nombre de séances	2	3	5	x
Prix (en €) sans les 10€	3	4,5	7,5	$1,5x$
Prix total (en €)	13	14,5	17,5	$1,5x + 10$

La fonction ainsi définie sera notée : $f(x) = 1,5x + 10$

Pour calculer le prix de 7 séances, il faudra calculer l'image de 7 par f :

$f(7) = 1,5 \times 7 + 10 = 10,5 + 10 = 20,5$. Le prix total pour 7 séances sera de 20,50 €

Remarque :

On considère la fonction affine définie par : $f(x) = ax + b$:

- Si $a = 0$, $f(x) = b$: f est une fonction constante.
- Si $b = 0$, $f(x) = ax$: f est une fonction linéaire

Par conséquent, les fonctions constantes et les fonctions linéaires sont des cas particuliers de fonctions affines.

Propriété :

Pour une fonction affine f , les accroissements de $f(x)$ sont proportionnels aux accroissements de x .

Si on note $f(x) = ax + b$, le coefficient de proportionnalité sera le nombre a .

Exemple :

Si $f(x) = 6x - 1$

On a $f(8) = 6 \times 8 - 1 = 47$ et $f(12) = 6 \times 12 - 1 = 71$

D'où : $f(12) - f(8) = 71 - 47 = 24$ et $12 - 8 = 4$

Donc : $\frac{f(12) - f(8)}{12 - 8} = \frac{24}{4} = \underline{6}$

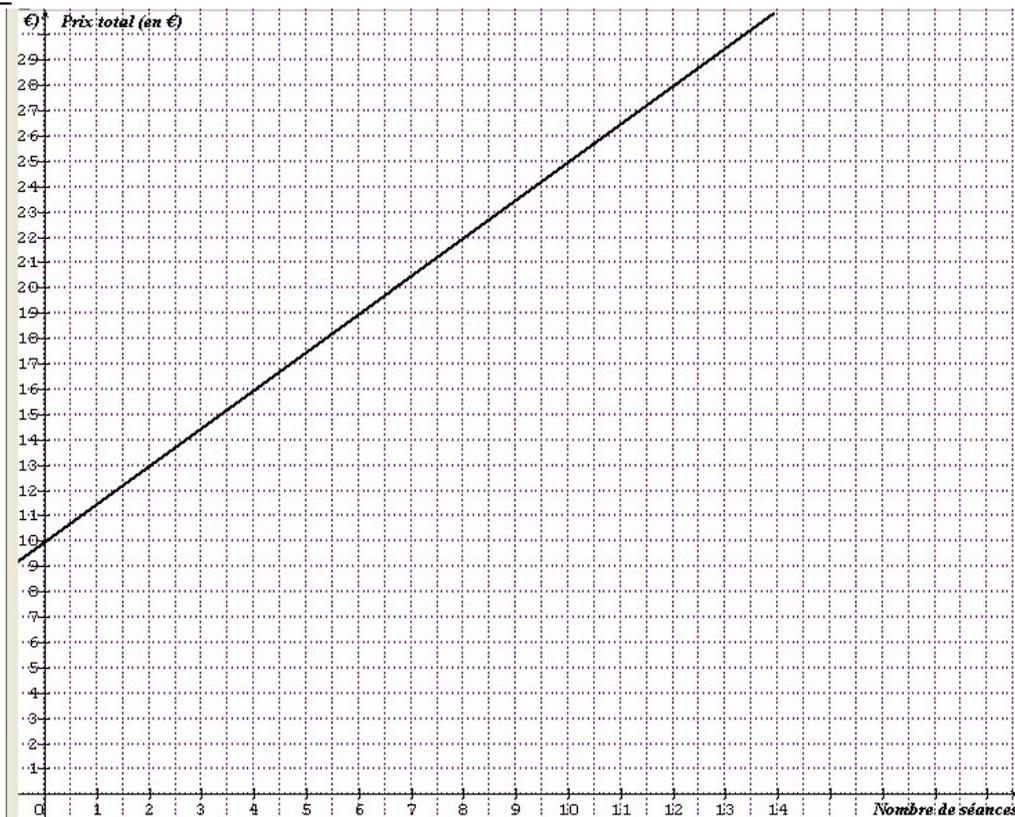
2) Représentation graphique d'une fonction affine :

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Méthode :

Pour représenter graphiquement une fonction affine d'expression donnée, il suffit de calculer les coordonnées de deux points de cette droite.

Exemple :



Représentation graphique de l'exemple précédent

On a $f(x) = 1,5x + 10$. 1,5 est le coefficient directeur et 10 l'ordonnée à l'origine