

Classe de troisième	Chapitre V : <u>Equations. Inéquations. Systèmes</u>	Année scolaire 2007/2008
---------------------	---	--------------------------

I) Rappels : (les types d'équations déjà vus)

1) Equations du premier degré à une inconnue :

Exemple :

Résoudre l'équation suivante :

$$3x + 2 = -7x - 5$$

$$3x + 7x = -5 - 2$$

$$10x = -7$$

$$x = -\frac{7}{10} = -0,7 \quad \text{La solution est donc } -\underline{0,7}$$

2) Equations produits :

Résoudre l'équation suivante : $(3x - 2)(5x + 1) = 0$

Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$

$$\text{D'où : } 3x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x + 1 = 0$$

$$3x = 2 \quad \text{ou} \quad 5x = -1$$

$$x = \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{5}$$

Donc :

$$S = \left\{ \frac{2}{3} ; -\frac{1}{5} \right\}$$

3) Equations du type $x^2 = a$

a) Résoudre l'équation suivante : $3x^2 = 7$

Alors, $x^2 = \frac{7}{3} > 0$, donc l'équation a deux solutions : $\sqrt{\frac{7}{3}}$ et $-\sqrt{\frac{7}{3}}$

$$\text{Donc : } S = \left\{ \sqrt{\frac{7}{3}} ; -\sqrt{\frac{7}{3}} \right\}$$

b) Résoudre l'équation suivante : $5x^2 = x^2 - 12$

$$5x^2 - x^2 = -12$$

$$4x^2 = -12$$

$$x^2 = -\frac{12}{4} = -3 < 0 \quad \text{donc } \underline{\text{l'équation n'admet pas de solution réelle.}}$$

$$\text{Donc : } \underline{S = \emptyset}$$

II) Inéquations du premier degré à une inconnue :

1) Inégalités : ordre et opérations

Propriété :

Quand on ajoute le même nombre à chaque membre d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens.

Remarque : Même règle pour la soustraction

Exemples :

- Si $a > b$, alors $a + 9 > b + 9$
- Si $a \leq b$, alors $a - 7 \leq b - 7$

Propriété :

Quand on multiplie chacun des membres d'une inégalité par un même nombre non-nul :

- Le sens de l'inégalité est gardé si ce nombre est strictement positif
- Le sens de l'inégalité n'est pas conservé si ce nombre est strictement négatif.

Remarque : Même règle pour la division.

Exemples :

Si $a > b$, alors $6a > 6b$ mais $-4a < -4b$

2) Inéquations :

Résoudre une inéquation, c'est trouver les valeurs de x qui vérifient l'inégalité proposée.

Exemple :

Résoudre l'inéquation suivante : $7x - 2 \geq 12$

On procède comme pour la résolution des équations du premier degré à une inconnue.(en faisant attention aux questions de changement éventuel de sens de l'inégalité)

$$7x \geq 12 + 2$$

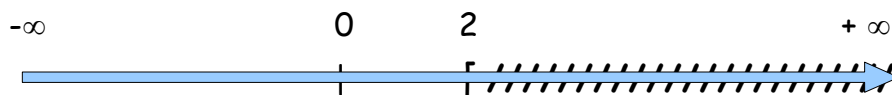
$$7x \geq 14$$

$$x \geq \frac{14}{7}$$

C'est-à-dire : $x \geq 2$

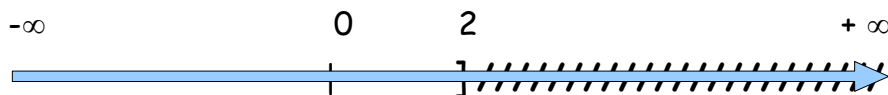
Représentation des solutions :

On représente les solutions à l'aide d'une droite graduée :



Les solutions correspondent à la partie hachurée.

Remarque : si l'inégalité avait été stricte (c'est-à-dire $x > 2$), on aurait ouvert le crochet en 2.



III) Systèmes de deux équations à deux inconnues :

Exemple :

$$(S) : \begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \text{ est un système de deux équations à deux inconnues.}$$

Si on prend $x = 1$ et $y = -2$:

$$3 \times 1 + 2 \times (-2) = 3 - 4 = -1 \text{ et } 2 \times 1 - (-2) = 2 + 2 = 4$$

On dit alors que $(1; -2)$ est solution du système (S).

Deux méthodes de résolution : par substitution et par additions.

1) Par substitution :

- Dans une des équations, on exprime une inconnue en fonction de l'autre.

Exemple : dans la deuxième équation, on peut exprimer y en fonction de x :

$$y = 2x - 4$$

- Ensuite, on remplace y dans la première équation par l'expression que l'on vient de trouver.

Exemple : Dans la première équation, on obtient : $3x + 2(2x - 4) = -1$

$$3x + 4x - 8 = -1$$

$$7x = -1 + 8$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

- Puis, on remplace x par sa valeur dans l'une des deux équations.

Exemple : Dans la deuxième équation, on remplace x par 1

D'où : $2 \times 1 - y = 4$ Donc : $y = 2 - 4 = -2$

Par conséquent : $S = \{1; -2\}$

Remarque : bien mettre x d'abord

2) Par additions :

- On essaie de « supprimer » une inconnue en faisant des opérations sur les lignes :

ATTENTION : il faut bien marquer les opérations effectuées.

Exemple :

$$\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \quad \text{On va multiplier la deuxième ligne par 2}$$

D'où :

$$\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases} \quad \text{On ajoute les deux lignes pour « supprimer » les } y$$

On obtient : $7x = -1 + 8$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

On remplace x par 1 dans l'une des deux équations.

Prenons la deuxième :

$$4 \times 1 - 2y = 8$$

$$4 - 2y = 8$$

$$-2y = 8 - 4$$

$$-2y = 4$$

$$y = -\frac{4}{2} = -2$$

Par conséquent : $S = \{1; -2\}$