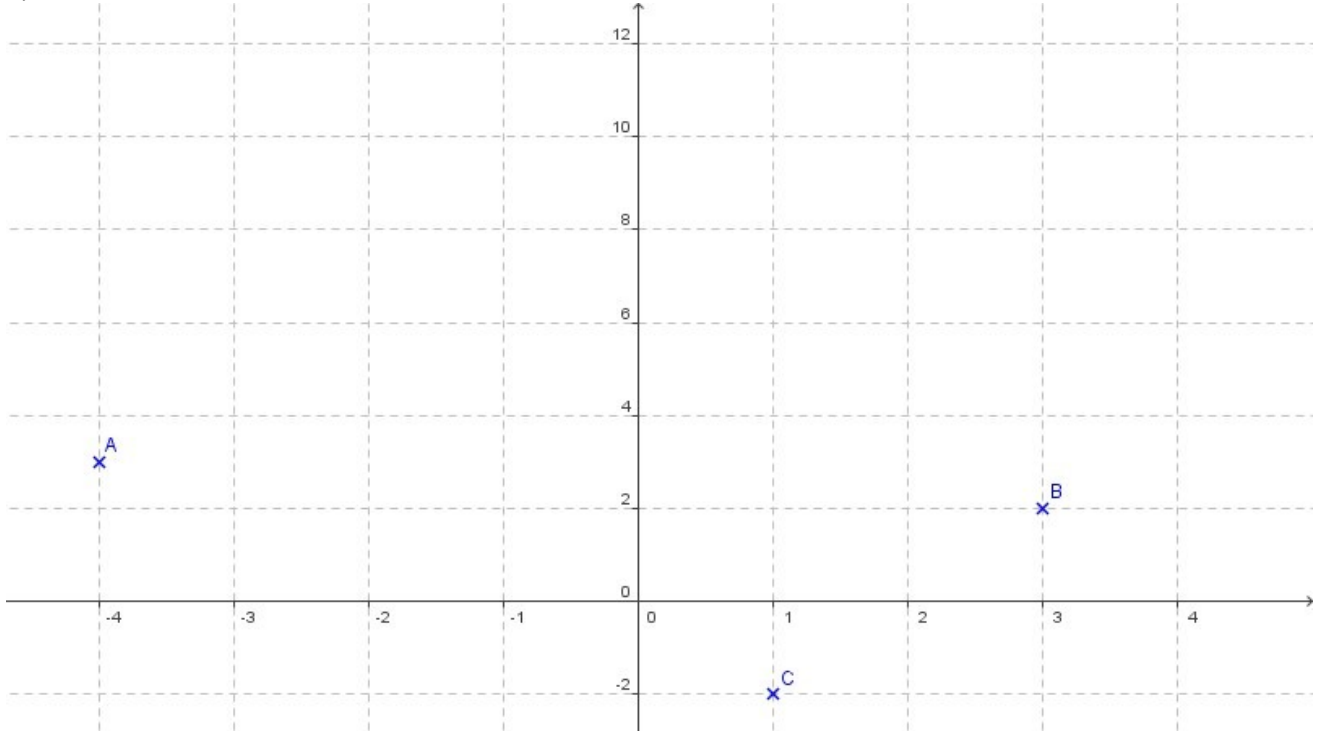


Troisième	Problème de géométrie (12 pts)	Corrigé
-----------	---------------------------------------	---------

Partie A :

1)



2) a) Calcul de AB, BC et AC :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49 + 1} = \boxed{\sqrt{50}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(1 - 3)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4 + 16} = \boxed{\sqrt{20}}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(1 - (-4))^2 + (-2 - 3)^2} = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \boxed{\sqrt{50}}$$

b) On a $AB = AC$, donc **le triangle ABC est isocèle en A**

3) Calcul des coordonnées du point H :

H est le milieu de [BC], donc ses coordonnées sont : $(\frac{x_B + x_C}{2} ; \frac{y_B + y_C}{2})$

C'est-à-dire : $(\frac{3+1}{2} ; \frac{2+(-2)}{2})$ Donc **H(2;0)**

4) H est le milieu du segment [BC] et A est le sommet opposé au côté [BC] du triangle ABC. Alors [AH] est la médiane issue de A du triangle ABC.

Or, on a démontré que ABC isocèle en A. C'est-à-dire A est le sommet principal du triangle ABC.

Par conséquent, **[AH] est aussi hauteur du triangle ABC.**

5) a) On sait que A(-4;3) et H(2;0)

$$\text{Alors, } AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \sqrt{(2 - (-4))^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{6^2 + (-3)^2} \\ = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = \boxed{3\sqrt{5}}$$

b) Rappel : Aire d'un triangle de hauteur h et de base b = $\frac{b \times h}{2}$

$$\text{D'où : Aire}(ABC) = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{3\sqrt{5} \times \sqrt{20}}{2} = \frac{3 \times \sqrt{100}}{2} = \frac{3 \times 10}{2} = 15$$

Le triangle ABC a une aire de 15 cm²

Partie B :

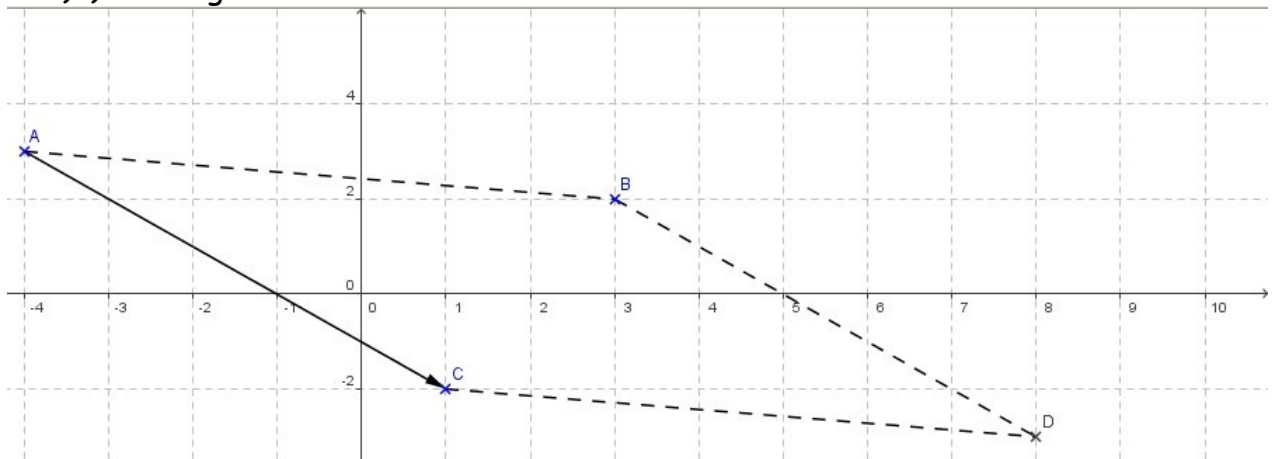
1) Calcul des coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AC} (x_C - x_A ; y_C - y_A)$$

$$\text{D'où : } \overrightarrow{AC} (1 - (-4) ; -2 - 3)$$

$$\text{C'est-à-dire : } \overrightarrow{AC} (5; -5)$$

2)a) Voir figure :



b) Par le calcul :

Comme B a pour image D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$, alors $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$

Si on pose (x ; y) les coordonnées du point D dans le repère, alors :

$$\overrightarrow{BD} (x_D - x_B ; y_D - y_B)$$

$$\overrightarrow{BD} (x - 3 ; y - 2)$$

D'autre part, $\overrightarrow{AC} (5 ; -5)$ (Question 1) partie B)

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées

D'où le système :

$$\begin{cases} x - 3 = 5 \\ y - 2 = -5 \end{cases}$$

Alors : $x = 5 + 3 = 8$ et $y = -5 + 2 = -3$

Donc : D a pour coordonnées (8; -3)

3) Comme $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$, alors ABDC est un parallélogramme.

Or, d'après la question 2)b) partie A, on sait que $AB = AC$.

Un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs égaux est un losange.

Donc : ABDC est un losange