3B-3C-3D-3E	**Corrigé du brevet blanc n°2**	Épreuve : le 21/04/2010

Partie numérique :

Exercice 1 :

1) $A = \frac{3}{7} - \frac{3}{7} \times (1 - \frac{1}{2})$

$= \frac{3}{7} - \frac{3}{7} \times (\frac{2}{2} - \frac{1}{2})$ (ATTENTION aux priorités opératoires : la multiplication est prioritaire sur la soustraction ici)

$= \frac{3}{7} - \frac{3}{7} \times (\frac{1}{2})$

$= \frac{3}{7} - \frac{3}{14}$

$= \frac{3\times2}{7\times2} - \frac{3}{14} = \frac{6}{14} - \frac{3}{14} = \boxed{\frac{3}{14}}$

2) $B = \frac{36}{30} \times \frac{10^{-2}\times10^{9}}{(10^{3})^{2}}$

$= \frac{\cancel{6}\times6}{\cancel{6}\times5} \times \frac{10^{-2+9}}{10^{3\times2}}$

$= 1,2 \times \frac{10^{7}}{10^{6}}$

$= 1,2 \times 10^{7-6} = \underline{\mathbf{1,2 \times 10^{1}}}$

3) $C = 3\sqrt{25 x 3} + 7\sqrt{9 x 3} - 5\sqrt{81 x 3}$

$= 3\sqrt{25} \times \sqrt{3} + 7\sqrt{9} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{81} \times \sqrt{3}$

$= 3x5x\sqrt{3} + 7x3x\sqrt{3} - 5x9x\sqrt{3}$

$= 15\sqrt{3} + 21\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$

$\boxed{= -9\sqrt{3}}$

Exercice 2 :

1) $D = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2 + 2^2 - (3x \times 5x + 3x \times 2 + 1 \times 5x + 1x2)$

$= 25x^2 + 20x + 4 - (15x^2 + 6x + 5x + 2)$

$= 25x^2 + 20x + 4 - 15x^2 - 11x - 2$ *(Quand on supprime des parenthèses précédées d'un signe - , il faut changer tous les signes à l'intérieur)*

$= \underline{\mathbf{10x^2 + 9x + 2}}$

2) $D = (5x + 2)(5x + 2 - (3x + 1))$

$= (5x + 2)(5x + 2 - 3x - 1)$

$= \underline{\mathbf{(5x + 2)(2x + 1)}}$

3) $(5x + 2)(2x + 1) = 0$

Si AxB = 0, alors A = 0 ou B = 0

$5x + 2 = 0$ ou $2x + 1 = 0$

$5x = -2$ ou $2x = -1$

$x = -\frac{2}{5}$ ou $x = -\frac{1}{2}$ Donc :

$$\boxed{S = \{ -\frac{2}{5} ; -\frac{1}{2} \}}$$

4) Pour $x = \sqrt{2}$:

$D = (5\sqrt{2} + 2)(2\sqrt{2} + 1)$

$= 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 2\times 2\sqrt{2} + 2$

$= 10\times 2 + 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 2$

$= 20 + 2 + 9\sqrt{2}$

$$\boxed{22 + 9\sqrt{2}}$$

Exercice 3 :

1) Le numérateur et le dénominateur sont des nombres pairs : ils sont tous les deux divisibles par 2. **La fraction peut être simplifiée par 2.**

2) Par l'algorithme d'Euclide :

a	b	Reste
7650	4114	3536
4114	3536	578
3536	578	68
578	68	34
68	34	0

Le pgcd cherché est le dernier reste non-nul

Donc : **PGCD(7650;4114) = 34**

3) $\dfrac{4114}{7650} = \dfrac{4114:34}{7650:34} = \boxed{\dfrac{121}{225}}$

4) $E = 5\sqrt{121 \times 34} - 4\sqrt{225 \times 34}$

$= 5\sqrt{121}\ \sqrt{34} - 4\sqrt{225}\ \sqrt{34}$

$= 5\times 11\sqrt{34} - 4\times 15\sqrt{34}$

$= 55\sqrt{34} - 60\sqrt{34}$

$$\boxed{= -5\sqrt{34}}$$

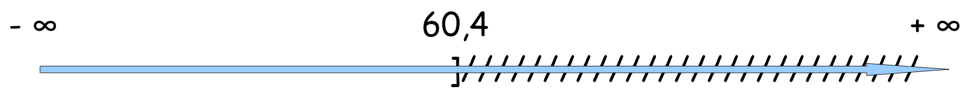
Exercice 4 :

1) a) $2,5 \times 60 - 75 = 150 - 75 = 75$. Or, $75 < 76$, donc **60 n'est pas solution de l'inéquation**

b) $2,5x > 76 + 75$

$2,5x > 151$

$x > \dfrac{151}{2,5} = 60,4$



Les solutions correspondent à la partie hachurée

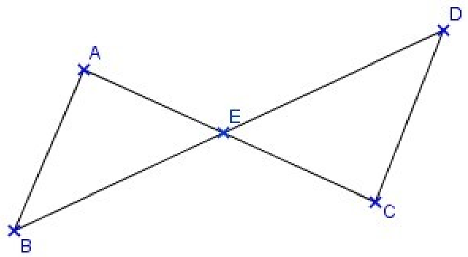
2) Si on note x le nombre de glaces, sachant qu'une glace est vendue 2,50€, le coût de x glaces est de $2,5\times x$. Pour connaître le bénéfice de la vente, sachant qu'il y a une dépense de 75 € , il faut faire $2,5x - 75$. Pour faire un bénéfice supérieur à 76 €, il faut que x vérifie l'inéquation : $2,5x - 75 > 76$

Or, d'après la question 1), les solutions sont les x tels que $x > 60,4$

Donc : le marchand de glaces doit vendre ,au minimum, **61 glaces** pour faire un bénéfice supérieur à 76 €

Partie géométrique

Exercice 1 :



1) Dans la configuration papillon précédente , les points A,E, C sont alignés ainsi que les points B, E et D.

De plus, $\frac{EA}{EC} = \frac{7,2}{5,4} = \frac{72}{54} = \frac{\cancel{2}\times4\times\cancel{9}}{\cancel{2}\times3\times\cancel{9}} = \frac{4}{3}$ | $\frac{EB}{ED} = \frac{10}{7,5} = \frac{100}{75} = \frac{\cancel{25}\times4}{\cancel{25}\times3} = \frac{4}{3}$

D'où : $\frac{EA}{EC} = \frac{EB}{ED}$

La réciproque du théorème de Thalès est vérifiée,

Donc : **(AB) // (CD)**

2) Dans la configuration précédente, comme on a montré que (AB) est parallèle à (CD), on peut donc appliquer le théorème de Thalès :

D'où : $\frac{EA}{EC} = \frac{EB}{ED} = \frac{AB}{CD}$

C'est-à-dire : $\frac{7,2}{5,4} = \frac{10}{7,5} = \frac{AB}{6,3}$

D'où : *(avec le produit en croix)* 5,4 x AB = 7,2 x 6,3

AB = $\frac{7,2\times6,3}{5,4}$ = 8,4

Donc : **AB = 8,4 cm**

Exercice 2 :

1) AB = 13 SA = 5 et SB = 12

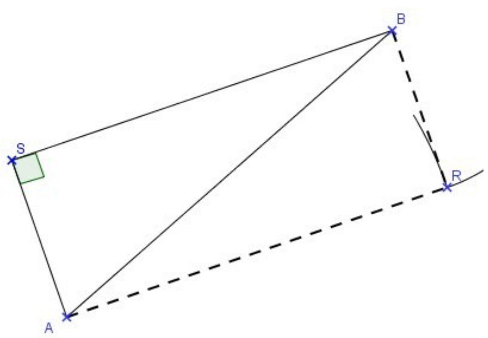
Le plus grand côté est [AB], on calcule : $AB^2 = 13^2 = 169$

$SA^2 + SB^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

D'où : $AB^2 = SA^2 + SB^2$ ***La réciproque du théorème de Pythagore est vérifiée,***

Donc : **Le triangle BSA est rectangle en S**

2)



Dans le triangle BSA, rectangle en S, on a :

$$\cos \widehat{SAB} = \frac{AS}{AB}$$

C'est-à-dire : $\cos \widehat{SAB} = \frac{5}{13}$ D'où, $\widehat{SAB} = \cos^{-1}(\frac{5}{13})$

A la calculatrice :

$$\boxed{\widehat{SAB} \simeq 67°}$$

3) a) voir figure

b) SARB est un parallélogramme. D'autre part, $\widehat{BSA}$ est un angle droit.

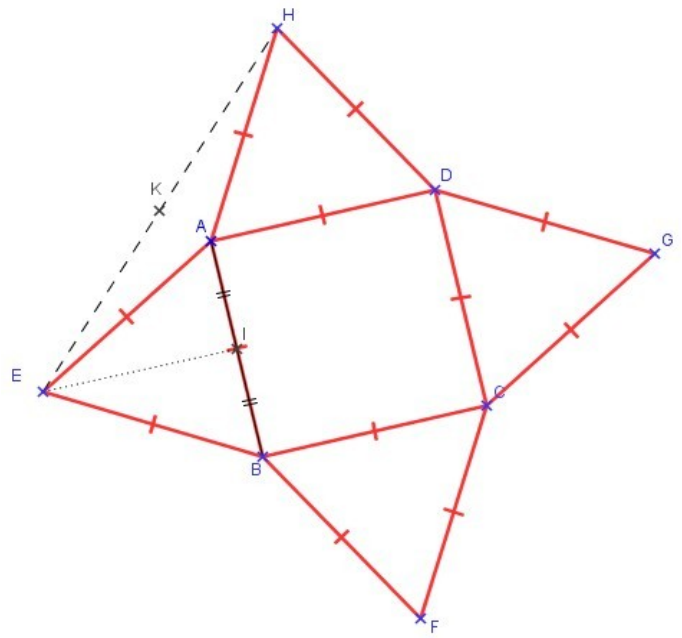
Propriété : *Un parallélogramme qui possède un angle droit est un rectangle.*

Conclusion :

SARB est un rectangle

Problème :

1)



2) a) Le triangle EAB est équilatéral. I est milieu de [AB].

Alors (EI) est médiane du triangle EAB.

Or, dans un triangle équilatéral, toute médiane est aussi bissectrice, hauteur et médiatrice.

Alors , (EI) $\perp$ (AB)

Dans le triangle EIA, rectangle en I, on a :

$\sin \widehat{EAI} = \dfrac{EI}{EA}$.

Dans un triangle équilatéral, tous les angles sont égaux et valent 60° chacun.

D'où : $\sin 60° = \dfrac{EI}{5}$ c'est-à-dire : EI = 5xsin 60° = 5x $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Donc en valeur exacte,

$$\boxed{EI = \frac{5\sqrt{3}}{2}}$$

b) *Rappel :* aire(triangle) = $\dfrac{basexhauteur}{2}$

Aire(ABE) = $\dfrac{AB \times EI}{2} = \dfrac{5\times5\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \boxed{\dfrac{25\sqrt{3}}{4}}$ ($\simeq$ 10,83 cm^2)

c) Aire(ABCD) = 5^2 = 25 et les quatre triangles équilatéraux sont identiques, d'où :

Aire(quatre triangles) = 4 x $\dfrac{25\sqrt{3}}{4}$ = 25 $\sqrt{3}$

Par conséquent :

$$\boxed{\mathscr{A} = 25 + 25\sqrt{3}}$$

3) On a $\widehat{HAE} + \widehat{HAD} + \widehat{DAB} + \widehat{BAE} = 360°$

Or : $\widehat{HAD} = 60°$, $\widehat{DAB} = 90°$ et $\widehat{BAE} = 60°$

D'où : $\widehat{HAE} = 360° - (60° + 90° + 60°)$

$= 360° - 210°$

$$\boxed{\text{Donc } \widehat{HAE} = 150°}$$

Comme AE = AH, le triangle HAE est isocèle en A.

<u>**Propriété :**</u> ***Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont égaux.***

C'est-à-dire $\widehat{HEA} = \widehat{EHA}$

Or, ***dans un triangle, la somme des angles fait toujours 180°***

D'où : $\widehat{HEA} + \widehat{EHA} = 180° - 150° = 30°$

$$\boxed{\text{Donc } \widehat{HEA} = \frac{30°}{2} = 15°}$$

4) a) K est le milieu de [EH]. Alors, [AK] est la médiane issue du sommet principal du triangle isocèle HAE.

<u>**Propriété :**</u> ***Dans un triangle isocèle, la médiane issue du sommet principal est aussi médiatrice.***

Ce qui a pour conséquence que (AK) $\perp$ (EH). Autrement dit, le triangle AKE est rectangle en K.

Dans ce triangle, $\sin \widehat{KEA} = \dfrac{AK}{EA}$

D'où : $\sin 15° = \dfrac{AK}{5}$ c'est-à-dire : <u>**AK = 5 x sin 15° ($\simeq$ 1,3 cm)**</u>

b) Dans le triangle AKE, rectangle en K, on a : $\cos \widehat{KEA} = \dfrac{KE}{AE}$

D'où : $\cos 15° = \dfrac{KE}{5}$ c'est-à-dire : <u>**KE = 5 x cos 15° ($\simeq$ 4,8 cm)**</u>

c) Aire(HAE) = 2 x aire(KAE) *(car (AK) est axe de symétrie du triangle HAE)*

Or, Aire(KAE) = $\dfrac{EK \times KA}{2} = \dfrac{25 \times \sin 15° \times \cos 15°}{2}$

Donc <u>**Aire(HAE) =**</u> 2 x $\dfrac{25 \times \sin 15° \times \cos 15°}{2}$ = <u>**25 x sin 15°x cos 15°**</u>

A la calculatrice, 25 x sin 15° x cos 15° = 6,25

Donc : <u>**Aire(HAE) = 6,25 cm²**</u>

5) a) Dans la question 2)c), on a calculé que $\mathscr{A} = 25 + 25\sqrt{3}$

Or, $\mathscr{A}' =$ Aire(EFGH) = $\mathscr{A}$ + 4 x Aire(HAE)

$= 25 + 25\sqrt{3} + 4 \times 6,25$

$= 25 + 25\sqrt{3} + 25$

Donc :

$$\boxed{\mathscr{A}' = 50 + 25\sqrt{3}}$$

b) $$\mathscr{A}' / \mathscr{A} = \frac{50+25\sqrt{3}}{25+25\sqrt{3}} = \frac{\cancel{25}\times(2+\sqrt{3})}{\cancel{25}\times(1+\sqrt{3})} = \frac{(2+\sqrt{3})\times(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})\times(1-\sqrt{3})} = \frac{2-2\sqrt{3}+\sqrt{3}-3}{1-3}$$

$$= \frac{-1-\sqrt{3}}{-2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}$$