| | | |
|---|---|---|
| Classes de troisième | **Brevet blanc de mathématiques n°3** | **Corrigé** |

**Exercice 1 :**

1) $A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{3}{2}$

$= \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{3} + \frac{5\times\cancel{2}}{3\times\cancel{2}\times3} = \frac{1}{3} + \frac{5}{9} = \frac{3}{9} + \frac{5}{9} = \boxed{\frac{8}{9}}$

2) $B = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$

$= 50\sqrt{9 \times 5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{25 \times 5}$

$= 50\sqrt{9} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{25} \times \sqrt{5}$

$= 50\text{x}3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6\text{x}5\sqrt{5}$

$= 150\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 30\sqrt{5}$

$= (150 - 3 + 30)\sqrt{5} \qquad = \boxed{177\sqrt{5}}$

3) $C = \frac{5\times10^{-2}\times7\times10^{5}}{2\times10^{7}}$

$= \frac{5\times7}{2} \times \frac{10^{-2}\times10^{5}}{10^{7}}$

$= 17,5 \times \frac{10^{3}}{10^{7}} = 1,75 \times 10^{1} \times 10^{-4} =$ $\underline{\mathbf{1,75 \times 10^{-3}}}$ *(c'est bien l'écriture scientifique de C : 1,75 est un nombre décimal avec* ***un seul chiffre*** *avant la virgule et ce dernier est* ***non-nul****)*

**Exercice 2 :**

$D = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(7x - 2)$

1) Développement :

$D = 4x^2 + 9 + 12x + 14x^2 - 4x + 21x - 6$

$= \underline{\mathbf{18x^2 + 29x + 3}}$

2) Factorisation :

$D = (2x + 3)[(2x + 3) + (7x - 2)]$

$= \underline{\mathbf{(2x + 3)(9x + 1)}}$

3) Pour $x = -4$ :

$D = (2\text{x}(-4) + 3)(9\text{x}(-4) + 1)$

$= (-8 + 3)(-36 + 1)$

$= (-5) \times (-35)$

$= \underline{\mathbf{175}}$

4) $(2x + 3)(9x + 1) = 0$

Si AxB = 0, alors A = 0 ou B = 0

$2x + 3 = 0$ ou $9x + 1 = 0$

$2x = -3$ ou $9x = -1$

$x = -\frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{1}{9}$

Donc : $S = \{-\frac{3}{2} ; -\frac{1}{9}\}$

**Exercice 3 :**

1) Il faut déterminer le plus grand diviseur commun à 147 et 84.
On va donc calculer leur pgcd.
Pour cela, utilisons l'algorithme d'Euclide :

| a | b | reste |
|---|---|---|
| 147 | 84 | 63 |
| 84 | 63 | 21 |
| 63 | 21 | 0 |

21 est le dernier reste non-nul des diviions successives de a par b, c'est donc le pgcd cherché.
Donc pgcd(147;84) = 21

*21 personnes au maximum pourront donc bénéficier des friandises*

2) Comme $\frac{147}{21}$ = 7 , chaque personne aura **7 bonbons**

et comme $\frac{84}{21}$ = 4 , chaque personne aura **4 sucettes**.

**Exercice 4 :**

On va résoudre ce système par la méthode des additions :

$$\begin{cases} 8x+3y=39{,}5 \\ 7x+9y=50{,}5 \end{cases}$$ On va multiplier la 1ère ligne par (-3)

D'où le système suivant :

$$\begin{cases} -24x-9y=-118{,}5 \\ 7x+9y=50{,}5 \end{cases}$$

On remplace la première ligne par la somme des deux lignes et on conserve la deuxième :

$$\begin{cases} -17x=-68 \\ 7x+9y=50{,}5 \end{cases}$$

Avec la première équation, on peut calculer la valeur de $x$ et on la reporte dans la deux deuxième :

$$\begin{cases} x=4 \\ 7\times4+9y=50{,}5 \end{cases}$$

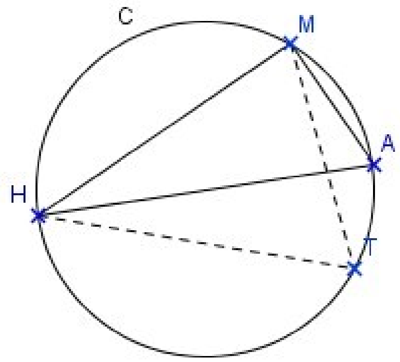
D'où :

$$\begin{cases} x=4 \\ 9y=22{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=\frac{22{,}5}{9}=2{,}5 \end{cases}$$

Donc **S = {(4 ; 2,5)}**

**Exercice 5 :**




1) [HA] est un diamètre du cercle. M est un point de ce cercle, ***distinct de H et de A.***

***Propriété :*** *Tout triangle inscrit dans un cercle en ayant un diamètre de ce cercle pour côté est rectangle.*

Donc : **Le tiangle MAH est rectangle en M**

*Remarque :* Si on appelle O le centre du cercle.

L'angle $\widehat{HOA}$ est plat, c'est-à-dire qu'il mesure 180°. $\widehat{HMA}$ est un angle inscrit dans ce cercle et qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{HOA}$.

**Théorème :**

*Dans un cercle, un angle inscrit vaut la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc.*

Donc : $\widehat{HMA} = \widehat{HOA}/2 = \dfrac{180}{2} = 90\,°$

Ce qui revient à dire que **le triangle MAH est rectangle en M**

2) Dans le triangle MAH, rectangle en M, on a : $\sin \widehat{MHA} = \dfrac{MA}{HA} = \dfrac{5{,}3}{9}$

A la calculatrice, on trouve : $\widehat{MHA}$ **$\simeq$ 36°**

**Remarque :** *Il faut toujours préciser où on se place : ici, dans le triangle MAH, rectangle en H*

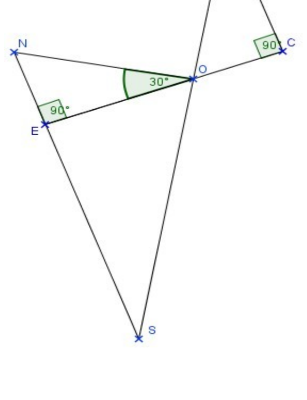
Comme MHA est rectangle en M, $\widehat{MHA}$ et $\widehat{HAM}$ sont complémentaires (= leur somme vaut 90°). D'où : $\widehat{HAM} = 90° - 36° = 54\,°$

Or, $\widehat{HAM}$ et $\widehat{HTM}$ sont deux angles inscrits dans le cercle et qui interceptent le même arc.

**Théorème :** *Deux angles inscrits dans un même cercle qui interceptent le même arc sont égaux.*

Par conséquent : $\widehat{HTM}$ **$\simeq$ 54°**

**Exercice 6 :**



1) Dans le triangle $OAC$, rectangle en $C$, on peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$OA^2 = OC^2 + AC^2$$

D'où : $6^2 = 3^2 + AC^2$ . $AC^2 = 36 - 9 = 27$

Donc : $\underline{AC =}$ $\sqrt{27} = \sqrt{3 \times 9} = \sqrt{3} \times \sqrt{9} = \boxed{3\sqrt{3}}$

2) a) $(EC) \perp (EN)$ et $(EC) \perp (AC)$

**<u>Propriété :</u>** *Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors ces droites sont parallèles.*

Donc : (EN) // (AC)

Or, $S \in$ (EN), donc : $\boxed{(NS) // (AC)}$

b) Comme (AC) // (NS), on peut donc appliquer le théorème de Thalès dans la configuration ACES :

$$\frac{OA}{OS} = \frac{OC}{OE} = \frac{AC}{ES}$$

$$\frac{6}{OS} = \frac{3}{5}$$

D'où : $OS = \frac{6 \times 5}{3} = 10$. Donc $\boxed{OS = 10 \text{ cm}}$

Comme $AC = 3\sqrt{3}$ (question 1) , on a : $\frac{3\sqrt{3}}{ES} = \frac{3}{5}$

D'où : $ES = \frac{5 \times 3\sqrt{3}}{3} = \boxed{5\sqrt{3}}$

3) Dans le triangle NOE, rectangle en E, $\cos \widehat{NOE} = \frac{OE}{ON}$

D'où : $\cos 30° = \frac{5}{ON}$. D'où : $ON = \frac{5}{\cos 30°} \simeq$ **<u>5,8</u>**

4) a) Dans le triangle $COA$, rectangle en $C$, $\cos \widehat{COA} = \frac{OC}{OA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

D'où : $\widehat{COA} =$ **<u>60°</u>**

b) Les angles $\widehat{COA}$ et $\widehat{EOS}$ sont **<u>opposés par le sommet</u>**.

**<u>Propriété :</u>** *Deux angles opposés par le sommet sont égaux.*

Donc $\widehat{EOS} = 60°$

$\widehat{NOS} = 30° + 60° = 90°$

<u>Par conséquent :</u> **<u>Le triangle SON est rectangle en O</u>**

## <u>Problème :</u>

1)

| Nombre de cartouches achetées | 2 | 5 | 11 | 14 |
|---|---|---|---|---|
| Prix à payer en magasin (en €) | **<u>30</u>** | 75 | **<u>165</u>** | **<u>210</u>** |
| Prix à payer sur Internet (en €) | **<u>60</u>** | 90 | **<u>150</u>** | **<u>180</u>** |

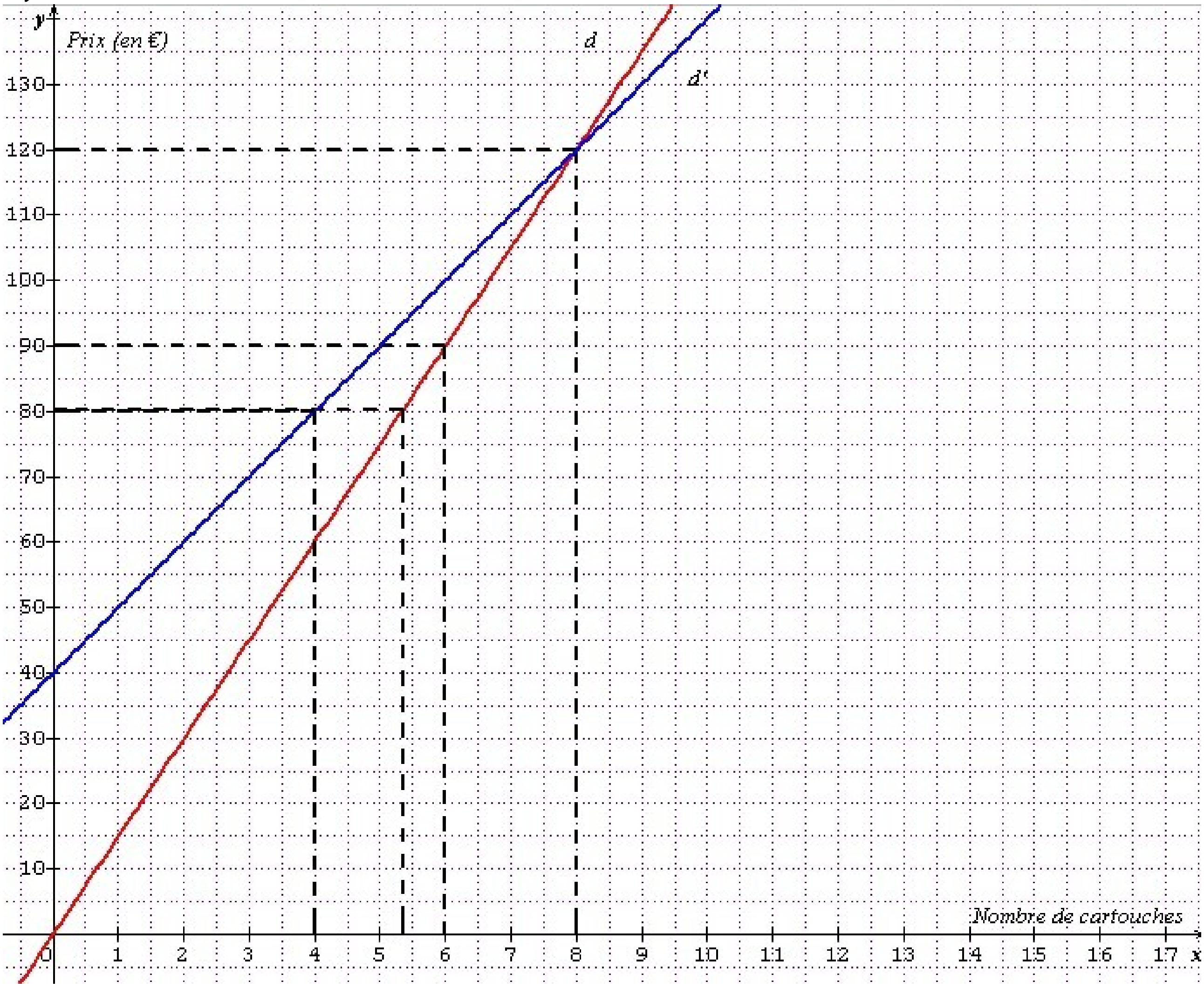
2) a) $x$ désigne le nombre de cartouches et $P_A$, le prix à payer en magasin :

$\underline{P_A =}$ $15 \times x =$ **<u>$15x$</u>**

b) $x$ désigne le nombre de cartouches et $P_B$, le prix à payer sur Internet :

$\underline{P_B =}$ $10 \times x + 40 =$ **<u>$10x + 40$</u>**

3)




4) a) Pour 6 cartouches, le prix le plus avantageux est le $P_A$ ( en magasin)
   b) Pour 80 €, Sonia aura tout intérêt à acheter ses cartouches en magasin . (elle en aura plus)
5) A partir de **<u>huit</u>** cartouches, le prix sur Internet sera inférieur ou égal à celui en magasin.

**<u>Remarque :</u>** Attention, l'énoncé disait bien **<u>inférieur ou égal</u>**