

Exercice 1 :

$$\begin{aligned}
 1) \quad A &= \frac{5}{3} - \frac{4}{7} \times \frac{5}{3} \\
 &= \frac{5}{3} - \frac{20}{21} \quad (\text{Attention à la priorité de la multiplication sur la soustraction}) \\
 &= \frac{5 \times 7}{3 \times 7} - \frac{20}{21} \\
 &= \frac{35}{21} - \frac{20}{21} = \frac{15}{21} = \frac{\cancel{3} \times 5}{\cancel{3} \times 7} = \boxed{\frac{5}{7}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad B &= 5\sqrt{3} + \sqrt{48} - 3\sqrt{75} \\
 &= 5\sqrt{3} + \sqrt{16 \times 3} - 3\sqrt{25 \times 3} \\
 &= 5\sqrt{3} + \sqrt{16} \times \sqrt{3} - 3\sqrt{25} \times \sqrt{3} \\
 &\quad (\text{on utilise : } \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \text{ pour } a \text{ et } b \geq 0)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{D'où } B &= 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3 \times 5\sqrt{3} \\
 &= 9\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = \boxed{-6\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad C &= \frac{3 \times 10^{-4} \times 7 \times 10^8}{15 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^5} \\
 &= \frac{3 \times 7}{3 \times 5 \times 8} \times \frac{10^{-4} \times 10^8}{10^{-3} \times 10^5} \quad (\text{On va utiliser la règle : } 10^a \times 10^b = 10^{a+b}) \\
 &= \frac{7}{40} \times \frac{10^4}{10^2} \quad (\text{On va utiliser la règle : } \frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}) \\
 &= \frac{7}{40} \times 10^2 \\
 &= \frac{7}{4 \times 10} \times 10^2 = \frac{7}{4} \times 10 = \boxed{1,75 \times 10^1} \quad (\text{rappel : cette écriture est bien la}
 \end{aligned}$$

notation scientifique du résultat car 1,75 est un décimal avec un seul chiffre différent de 0 avant la virgule et il est multiplié par une puissance de 10)

Exercice 2 :

$$D = (x - 4)^2 + (x - 4)(2x + 6)$$

$$1) \quad D = x^2 - 2 \times 4 \times x + 4^2 + x \times 2x + x \times 6 - 4 \times 2x - 4 \times 6$$

$$\begin{aligned}
 &(\text{On utilise l'identité remarquable : } (a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2) \\
 &= x^2 - 8x + 16 + 2x^2 + 6x - 8x - 24 \\
 &= x^2 + 2x^2 - 8x - 8x + 6x + 16 - 24 \\
 &= \underline{\underline{3x^2 - 10x - 8}}
 \end{aligned}$$

2) $D = (x - 4) [(x - 4) + (2x + 6)]$ (en effet, $x - 4$ est le facteur commun aux deux termes de la somme qui constitue D)

$$D'ou : D = (x - 4)(x + 2x - 4 + 6)$$

$$= \underline{(x - 4)(3x + 2)}$$

$$3) (x - 4)(3x + 2) = 0$$

Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$ (on peut dire aussi la phrase suivante : « un produit de facteurs est nul, si l'un au moins de ses facteurs est nul »)

D'ou :

$$x - 4 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 2 = 0$$

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad 3x = -2$$

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{2}{3} \quad \text{Donc : } \underline{S = \{4; -\frac{2}{3}\}}$$

4) Pour $x = -3$:

$$D = (-3-4)(3 \times (-3) + 2)$$

$$= -7 \times (-9 + 2)$$

$$= -7 \times (-7)$$

$$= \underline{49}$$

Exercice 3 :

1) Calcul du pgcd(2499;1911) par l'algorithme d'Euclide :

a	b	Reste
2 499	1 911	588
1911	588	147
588	147	0

Le dernier reste non-nul des divisions successives de a par b est 147 donc :

$$\underline{\text{pgcd}(2\ 499;1\ 911) = 147}$$

$$2) \frac{2499}{1911} = \frac{2499}{\frac{1911}{147}} = \frac{17}{13} \quad (\text{cette fraction est bien irr\u00e9ductible, car il n'y a plus$$

de diviseur commun au num\u00e9rateur et au d\u00e9nominateur autre que 1)

Exercice 4 :

$$1) A = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} - \frac{2}{5} \quad (\text{Rappel : quand on divise deux fractions, cela revient \u00e0}$$

multiplier celle qui est au num\u00e9rateur par l'inverse de celle qui est au d\u00e9nominateur)

$$= \frac{2 \times \cancel{3} \times 2}{3 \times 5} - \frac{2}{5} = \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

$$\begin{aligned}
2) B &= \frac{21 \times 10^{-3} \times 16 \times 10^7}{12 \times 10^2} \\
&= \frac{\cancel{3} \times 7 \times 2^4}{2^2 \times \cancel{3}} \times \frac{10^{-3} \times 10^7}{10^2} \\
&= 7 \times 2^2 \times \frac{10^4}{10^2} \\
&= 28 \times 10^2 \\
&= \underline{\underline{2,8 \times 10^3}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3) C &= 3\sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{5} \\
&= 3\sqrt{4 \times 5} - \sqrt{16 \times 5} + \sqrt{5} \\
&= 3\sqrt{4} \times \sqrt{5} - \sqrt{16} \times \sqrt{5} + \sqrt{5} \\
&= 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{5} \\
&= \boxed{3\sqrt{5}}
\end{aligned}$$

Exercice 5 :

$$D = (4x + 1)^2 - (3x - 2)(4x + 1)$$

$$1) D = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 1 + 1^2 - (3x \times 4x + 3x \times 1 - 2 \times 4x - 2 \times 1)$$

(On utilise l'identité remarquable : $(a + b)^2 = a^2 + 2xaxb + b^2$)

$$= 16x^2 + 8x + 1 - (12x^2 + 3x - 8x - 2)$$

$$= 16x^2 + 8x + 1 - 12x^2 - 3x + 8x + 2 \text{ (il faut penser à changer tous les signes$$

lorsqu'on enlève des parenthèses précédées d'un signe -)

$$= \underline{\underline{4x^2 + 13x + 3}}$$

$$2) D = (4x + 1)[(4x + 1) - (3x - 2)] \quad (4x + 1 \text{ est bien le facteur commun aux deux termes de la soustraction constituant } D)$$

$$= (4x + 1)(4x + 1 - 3x + 2)$$

$$= \underline{\underline{(4x + 1)(x + 3)}}$$

$$3) (4x + 1)(x + 3) = 0$$

Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$

$$4x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 3 = 0$$

$$4x = -1 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

$$x = -\frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad x = -3 \quad \text{D'où : } \underline{\underline{S = \left\{ -\frac{1}{4} ; -3 \right\}}}$$

$$4) \text{ Pour } x = \sqrt{3} :$$

$$D = (4\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 3)$$

$$= 12 + 12\sqrt{3} + \sqrt{3} + 3$$

$$= \underline{\underline{15 + 13\sqrt{3}}}$$

Exercice 6 :

1) On va remplacer x par 2 et y par 0,5 dans les deux équations :

1^{ère} équation : $2 \times 2 + 3 \times 0,5 = 4 + 1,5 = 5,5$: La première équation est vérifiée

2^{ième} équation : $3 \times 2 + 0,5 = 6,5 \neq 4,05$: La deuxième équation n'est pas vérifiée

Par conséquent : le couple (2 ; 0,5) n'est pas solution de ce système

2) On va résoudre ce système par la méthode de substitution :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5,5 \\ 3x + y = 4,05 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5,5 \\ y = -3x + 4,05 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3 \times (-3x + 4,05) = 5,5 \\ y = -3x + 4,05 \end{cases} \quad (\text{On remplace } y \text{ par son expression en fonction de } x \text{ dans la première équation})$$

$$\begin{cases} 2x - 9x + 12,15 = 5,5 \\ y = -3x + 4,05 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7x = 5,5 - 12,15 \\ y = -3x + 4,05 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7x = -6,65 \\ y = -3x + 4,05 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{6,65}{7} \\ y = -3x + 4,05 \end{cases}$$

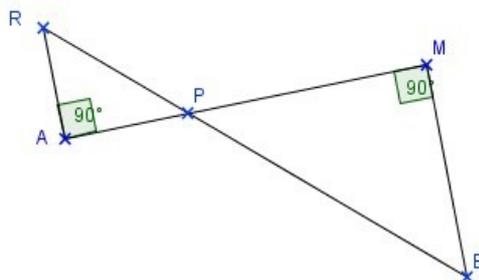
$$\begin{cases} x = 0,95 \\ y = -3 \times 0,95 + 4,05 \end{cases} \quad (\text{on remplace } x \text{ par la valeur trouvée dans la deuxième}$$

équation)

$$\begin{cases} x = 0,95 \\ y = 1,20 \end{cases} \quad \text{Donc : } \underline{\text{le couple (0,95 ; 1,2) est solution du système}}$$

3) Le prix d'un croissant correspond à la valeur de x , à savoir : 0,95 €
et le prix d'un pain au chocolat correspond à celle de y , à savoir : 1,20 €

Exercice 7 :



1) $AR = 2$ cm et $PR = 4$ cm

Dans le triangle PAR , rectangle en A , on applique le théorème de Pythagore :

$$PR^2 = AR^2 + AP^2$$

$$4^2 = 2^2 + AP^2 \quad \text{D'où : } AP^2 = 16 - 4 = 12$$

$$\text{Donc : } AP = \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 4} = \boxed{2\sqrt{3}}$$

2) Dans le triangle RPA , rectangle en A : $\sin \widehat{RPA} = \frac{AR}{RP} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

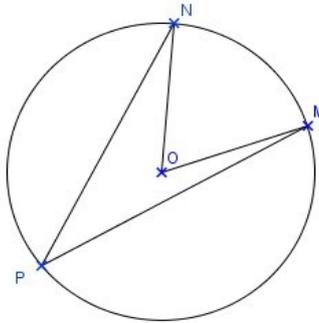
$$\text{Donc : } \widehat{RPA} = 30^\circ$$

3) \widehat{RPA} et \widehat{MPE} sont opposés par le sommet, ils ont donc même mesure.

4) Dans le triangle PME , rectangle en M : $\tan \widehat{MPE} = \frac{ME}{PM}$

$$\text{C'est-à-dire : } \tan 30^\circ = \frac{3}{PM} \quad \text{D'où : } PM = \frac{3}{\tan 30^\circ} \approx \underline{5.2}$$

Exercice 8 :



1) $[OM]$ et $[ON]$ sont des rayons du cercle.

Dans un cercle, tous les rayons ont même mesure.

D'où : $OM = ON$, c'est-à-dire : **le triangle OMN est isocèle en O**

2) Comme OMN est isocèle en O , alors $\widehat{ONM} = \widehat{NMO}$.

Or, $\widehat{NMO} = 55^\circ$ d'où : $\widehat{ONM} = 55^\circ$

Dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°

$$\begin{aligned} \text{D'où : } \widehat{MON} &= 180^\circ - (55^\circ + 55^\circ) \\ &= 180^\circ - 110^\circ = \underline{70^\circ} \end{aligned}$$

3) L'angle \widehat{MPN} est un angle inscrit dans le cercle. (en effet, son sommet est sur le cercle)

L'angle \widehat{MON} est un angle au centre qui intercepte **le même arc**.

Théorème de l'angle inscrit :

Dans un cercle, tout angle inscrit vaut la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc.

$$\text{Par conséquent : } \widehat{MPN} = \frac{1}{2} \widehat{MON} = \frac{70^\circ}{2} = \underline{35^\circ}$$