Baccalauréat ES 2008

L'intégrale de septembre 2007 à juin 2008

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Antilles–Guyane septembre 2007 3

France–La Réunion septembre 2007 9

Polynésie septembre 2007 14

Amérique du Sud novembre 2007 16

Nouvelle-Calédonie novembre 2007 22

Pondichéry 15 avril 2008 27

Durée : 4 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2007

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations suivantes, recopier la proposition qui vous semble exacte sur votre copie. Aucune justification n'est demandée.

Barème : *Une réponse exacte rapporte* 1 *point. Une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.*

1. La fonction $F : x \longmapsto \ln(2x+4)$ est une primitive sur $[0~;~+\infty[$ de la fonction f définie par :

   - $f(x) = \dfrac{1}{x+4}$
   - $f(x) = \dfrac{1}{2x+4}$
   - $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$

2. L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 3x\mathrm{e}^{x^2}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

   - $6(\mathrm{e}-1)$
   - $\dfrac{3}{2}(\mathrm{e}-1)$
   - $\dfrac{3}{2}\mathrm{e}$

3. Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{1}{x} - \ln x + 1$.

   On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonorrnal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

   La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 passe par le point de coordonnées :

   - $(2~;~0)$
   - $(1~;~-1)$
   - $\left(2~;~\dfrac{3}{2} - \ln 2\right)$

4. Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par : $f(x) = 2x + \ln\left(\dfrac{x+1}{2x}\right)$.

   On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

   La courbe $\mathscr{C}$ admet pour asymptote la droite d'équation :

   - $y = 0$
   - $y = 2x - \ln 2$
   - $y = 2x$.

Exercice 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On donne ci-dessous la proportion, en pourcentage, du nombre d'enfants nés hors mariage en France métropolitaine.

Année a_i	1980	1985	1990	1995	2000	2003
Proportion y_i	11,4	19,6	30,1	37,6	42,6	45,2

On souhaite effectuer un ajustement de cette série statistique de la proportion en fonction de l'année.

1. **a.** Construire le nuage de points de coordonnées $(a_i,~y_i)$ dans le plan muni du repère orthogonal suivant
   - sur l'axe des abscisses, on placera 1980 à l'origine et on prendra comme unité 0,5 cm,
   - sur l'axe des ordonnées, on placera 10 à l'origine et on prendra comme unité 0,5 cm.

b. Un ajustement affine semble-t-il adapté ?

2. On note a l'année et y la proportion, on pose $x = a - 1950$ et $t = \ln x$.

a. Compléter sur la feuille annexe le tableau suivant :

Année a_i	1980	1985	1990	1995	2000	2003
$x_i = a_i - 1950$	30					
$t_i = \ln x_i$	3,401					
y_i	11,4					

On donnera pour t des valeurs arrondies au millième.

b. Exprimer y en fonction de t par une régression linéaire en utilisant la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au dixième.

c. En déduire la relation : $y = 61,3\ln x - 197$.

d. Quel pourcentage du nombre d'enfants nés hors mariage (arrondi à 1 %), peut-on prévoir en 2010 en utilisant cet ajustement ?

e. À partir de quelle année peut-on prévoir que la proportion du nombre d'enfants nés hors mariage sera-t-elle supérieure à 60 % ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise désire construire dans son hall d'entrée un aquarium ayant la forme d'un pavé droit de hauteur 5 dm (décimètres).

Ses deux autres dimensions, exprimées en dm, sont des entiers naturels x et y tels que

$$x \in]0\ ;\ 20[\quad \text{et} \quad y \in]0\ ;\ 20[.$$

La structure de cette construction est un bâti métallique correspondant aux 12 arêtes du pavé droit et nécessitant des réglettes d'aluminium dont le prix de revient est de 0,8 euro le dm.

Les quatre parois verticales et le fond de cet aquarium sont construits en verre.

PARTIE A :

On décide d'investir exactement 80 euros pour la construction du bâti métallique.

1. Montrer que, pour cet investissement, les dimensions x et y sont liées par la contrainte $x + y = 20$.

2. **a.** Déterminer en fonction de x et y le volume V, exprimé en dm^3, de cet aquarium.

b. En déduire le volume V en fonction de x sous la contrainte précédente.

3. On définit la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ 20[$ par $f(x) = V$.

a. Montrer que la fonction f admet un maximum sur $]0\ ;\ 20[$.

b. En déduire les dimensions de l'aquarium peur que son volume soit maximal ainsi que la valeur de ce volume maximal.

PARTIE B :

Soit g la fonction définie pour tout $x \in]0\ ;\ 20[$ et tout $y \in]0\ ;\ 20[$ par :

$$g(x,\ y) = xy + 10(x + y).$$

On donne en annexe la représentation graphique de la surface d'équation $z = g(x,\ y)$ dans un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.

1. Quelle est la nature de la section de cette surface par le plan d'équation $x = 12$, parallèle au plan $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$? Justifier la réponse.

2. Montrer que $g(x,\ y)$ représente en fonction des dimensions x et y l'aire S, exprimée en dm^2, de la surface vitrée de l'aquarium.

3. On suppose pour cette question que $x = 12$.

a. Calculer l'aire de la surface vitrée de l'aquarium dans le cas où la contrainte de la partie A est respectée.

b. Déterminer, à l'aide du graphique, les valeurs de y pour lesquelles l'aire est comprise entre 400 et 500 dm^2.

c. Vérifier le résultat précédent en utilisant le résultat de la question 1.

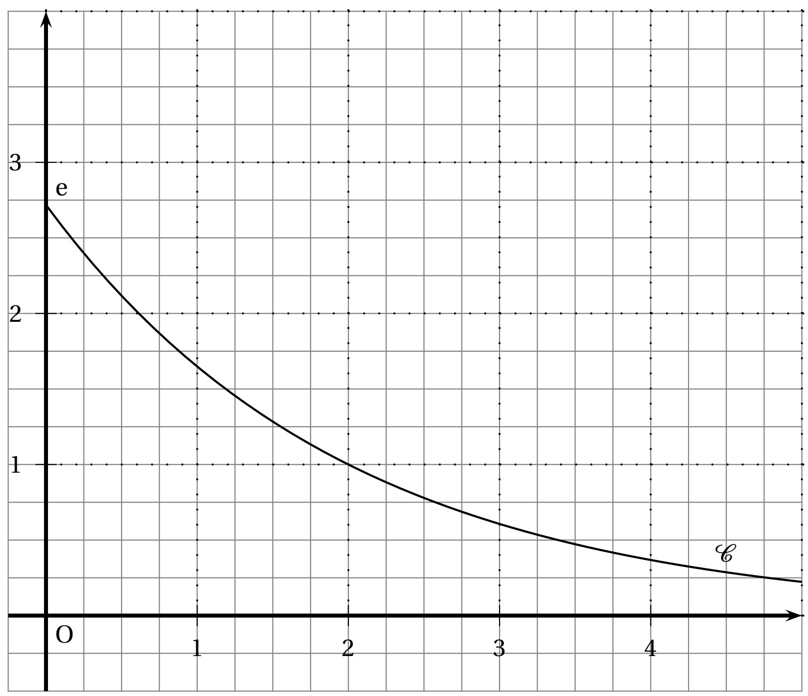
EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+1}$$

dans un repère orthonormé du plan $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité 2 cm.



1. Démontrer que l'équation réduite de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est $y = -\dfrac{1}{2}x + 2$. Tracer T sur le graphique de la feuille annexe.

2. On définit la fonction g sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = f(x) + \frac{1}{2}x - 2.$$

a. Démontrer que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 2]$ et croissante sur l'intervalle $[2\ ;\ +\infty[$.

b. Calculer $g(2)$. En déduire le signe de g sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. Interpréter graphiquement le résultat.

3. **a.** Hachurer sur le graphique de la feuille annexe le domaine $\mathscr{D}$ délimité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite T, la droite d'équation $x = 2$ et l'axe des ordonnées.

b. Calculer l'aire du domaine $\mathscr{D}$ en cm^2. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-2}.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Sur son trajet quotidien qui le conduit de son domicile à son lieu de travail, un automobiliste rencontre deux feux tricolores. Si, lorsqu'il parvient à leur niveau, le signal est vert, il passe, si le signal est orange ou rouge, il s'arrête.

On note :

- A_1 l'évènement : « l'automobiliste s'arrête au premier feu ».
- A_2 l'évènement : « l'automobiliste s'arrête au deuxième feu ».

On note $\overline{A_1}$ et $\overline{A_2}$ les évènements contraires des évènements A_1 et A_2.

1. Lorsque l'automobiliste se présente au premier feu, la probabilité que le signal soit orange est $\dfrac{1}{6}$, la probabilité qu'il soit rouge est $\dfrac{1}{3}$.

a. Quelle est la probabilité que l'automobiliste s'arrête au premier feu ?

b. Quelle est la probabilité qu'il passe sans s'arrêter au premier feu ?

2. Si l'automobiliste s'est arrêté au premier feu, la probabilité qu'il s'arrête également au deuxième feu est $\dfrac{1}{2}$; s'il ne s'est pas arrêté au premier feu, la probabilité qu'il s'arrête au deuxième feu est $\dfrac{1}{3}$.

a. Illustrer cette situation par un arbre pondéré.

b. Démontrer que la probabilité que l'automobiliste ne s'arrête pas sur son trajet est $\dfrac{1}{3}$.

c. Calculer $P\left(A_1 \cap A_2\right)$ et $P\left(\overline{A_1} \cap A_2\right)$; en déduire $P\left(A_2\right)$.

d. L'automobiliste s'est arrêté au deuxième feu. Quelle est la probabilité qu'il se soit également arrêté au premier feu ?

3. Si l'automobiliste effectue le trajet sans s'arrêter, celui-ci dure neuf minutes, s'il s'arrête une fois, douze minutes, et s'il s'arrête deux fois, quinze minutes.

a. Déterminer la loi de probabilité de la durée du trajet.

b. Déterminer la durée moyenne du trajet.

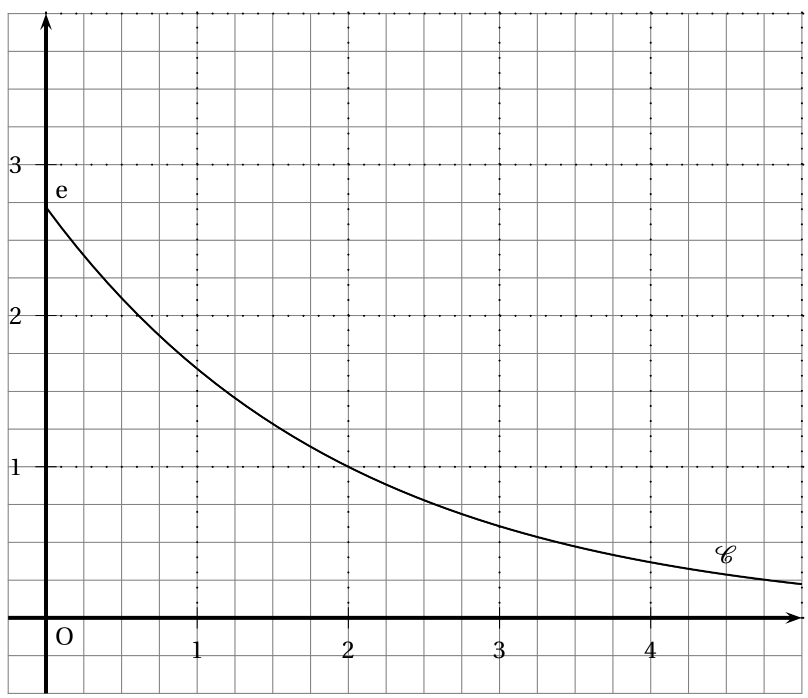
Annexes à rendre avec la copie

Enseignement obligatoire

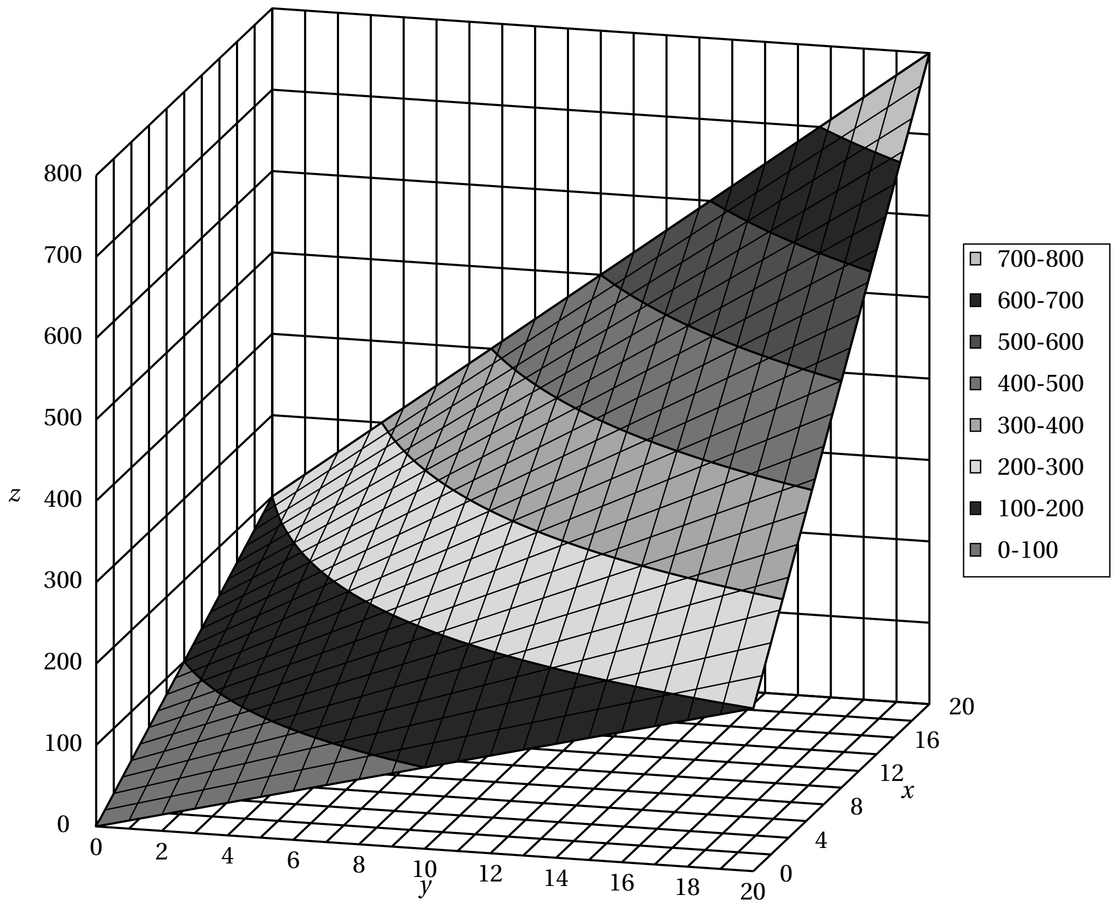
Exercice 2

Année a_i	1980	1985	1990	1995	2000	2003
$x_i = a_i - 1950$	30					
$t_i = \ln x_i$	3,401					
y_i	11,4					

Exercice 3



Spé ES Antilles Guyanne Septembre 2007



Baccalauréat ES Métropole–La Réunion septembre 2007

EXERCICE 1 **4 points**

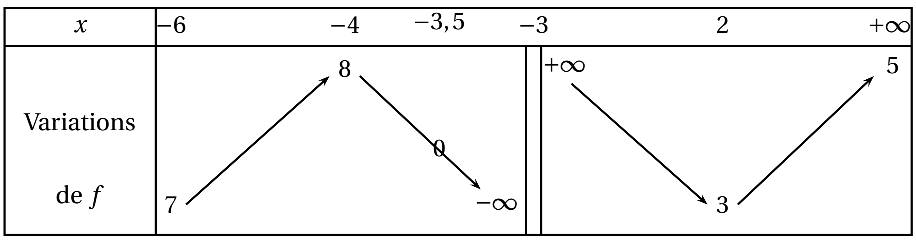
Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse fausse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.*

Une fonction f est définie et dérivable sur l'ensemble $]-6\ ;\ -3[\cup]-3\ ;\ +\infty[$. Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :



1. On peut affirmer que :
   Réponse A : $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = +\infty$. Réponse B : $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 5$
   Réponse C : $\lim\limits_{x\to -6} f(x) = -\infty$. Réponse D : $\lim\limits_{\substack{x\to -3\\ x<-3}} f(x) = 0$.
2. La courbe représentative de f admet pour asymptotes les droites d'équation :
   Réponse A : $x = 5$ et $y = -3$ Réponse B : $x = -3$ et $y = 5$.
   Réponse C : $y = 8$ et $y = 3$ Réponse D : $x = -6$ et $y = 5$.
3. Dans l'ensemble $]-6\ ;\ -3[\cup]-3\ ;\ +\infty[$ l'équation $f(x) = 4$ admet
   Réponse A : 0 solution Réponse B : 1 solution
   Réponse C : 2 solutions Réponse D : 3 solutions
4. On considère le nombre réel $I = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$. On peut affirmer que :
   Réponse A : $0 \leqslant I \leqslant 3$ Réponse B : $6 \leqslant I \leqslant 10$
   Réponse C : $3 \leqslant I \leqslant 6$ Réponse D : $I \geqslant 10$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne, en milliers, le nombre de Pactes civils de solidarité (PACS) signés chaque année en France :

Années	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année, x_i	0	1	2	3	4
Nombres de PACS en milliers, y_i	22,1	19,4	25	31,1	39,6

Source INSEE.

1. Calculer, à 0,1 près, le pourcentage d'augmentation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité entre 2000 et 2004.

2. **On envisage un ajustement affine**

   a. À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$. Par la suite, on pose $f(x) = ax + b$.

   b. En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2007, donner une estimation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.

3. **On envisage un autre type d'ajustement**
   On modélise le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés durant l'année $2000 + x$ (x entier) à l'aide de la fonction g définie par

$$g(x) = 1,6x^2 - 1,8x + 21,4.$$

   a. En utilisant ce second modèle, calculer le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.

   b. On suppose que l'évolution se poursuit selon ce modèlejusqu'en 2015. Le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2010 sera-t-il supérieur à 100000 ? Justifier.

4. **Comparaison des deux ajustements**
   Pour chacun des deux modèles, on calcule ci-dessous le tableau des carrés des écarts entre les valeurs réelles et les valeurs calculées à l'aide de chacun des deux ajustements.

x_i	0	1	2	3	4
$\left[(y_i - f(x_i)\right]^2$	16	11,36	5,95	1,02	7,95

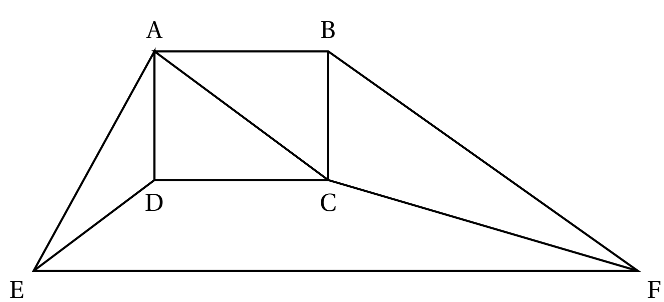
x_i	0	1	2	3	4
$\left[(y_i - g(x_i)\right]^2$	0,49				

   a. Recopier et compléter le deuxième tableau, les valeurs étant arrondies au centième.

   b. Lequel de ces deux ajustements semble le plus proche de la réalité ? Justifier.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

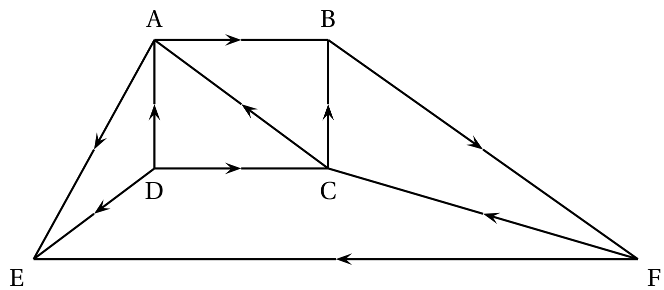
Partie I
Le graphe suivant représente le plan d'une ville. Les arêtes du graphe représentent ses avenues commerçantes et les sommets du graphe les carrefours de ces avenues.



1. Donner l'ordre de ce graphe, puis le degré de chacun de ses sommets.
2. Un piéton peut-il parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue ? Justifier votre réponse.

Partie II

Dans le graphe suivant, on a indiqué le sens de circulation dans les différentes avenues.



1. Écrire la matrice M associée à ce graphe.
   (On rangera les sommets dans l'ordre alphabétique).
2. a. Quel est le nombre de trajets de longueur 2 reliant D à B ?
   b. Comment pourrait-on obtenir ce résultat uniquement par le calcul à partir de la matrice M ?

EXERCICE 3 **7 points**

Commun à tous les candidats

La courbe ($\mathscr{C}$) donnée en ANNEXE, est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie et dérivable sur R.. On note f' sa fonction dérivée. Les points A (3 ; e) et B (4 ; 2) appartiennent à cette courbe. La tangente à la courbe en A est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente (T) à la courbe en B coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 6.

PARTIE I : lecture graphique

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, sans justifier.

1. Pour quelles valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[3 ; 10]$ a-t-on $f(x) \leqslant 2$?
2. Déterminer $f'(3)$ et $f'(4)$.

PARTIE II étude de la fonction

La fonction f représentée dans l'ANNEXE, est la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = (x-2)\mathrm{e}^{(-x+4)}$$

1. a. Calculer $f(0)$. Donner la valeur décimale arrondie à l'unité.
   b. On donne $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$. Donner une interprétation graphique de ce résultat.
2. a. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = (3-x)\mathrm{e}^{(-x+4)}$.
   b. Sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. On admet que la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par

   $$g(x) = (1-x)\mathrm{e}^{(-x+4)}$$

   est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
   En déduire la valeur moyenne m de f sur l'intervalle $[2 ; 10]$. On donnera la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au millième.
   Rappel : Soit f une fonction et $[a ; b]$ un intervalle sur lequel f est définie et

dérivable.
La valeur moyenne m de f sur un l'intervalle [a ; b] est le nombre m tel que :

$$m = \frac{1}{b-a} \times \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

PARTIE III : étude d'un bénéfice
Une entreprise vend x centaines de litres de parfum par jour $1,8 \leqslant x \leqslant 4,5$.
Le bénéfice en milliers d'euros réalisé, par jour, par l'entreprise lorsqu'elle vend x centaines de litres est donné par $f(x)$ pour $x \in [1,8\,;\,4,5]$. On suppose donc que pour des raisons techniques et commerciales l'entreprise vend au moins 180 litres et au plus 450 litres.

1. Calculer le bénéfice en euros réalisé sur la vente de 400 litres (soit 4 centaines de litres).
2. Déterminer la quantité de litres à vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal en euros ? (Donner la réponse arrondie à 1 €).
3. À partir de quelle quantité journalière l'entreprise ne vend-elle pas â perte ?

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats
Jean s'amuse régulièrement sur un terrain de football avec le gardien de but. Chaque partie consiste à tirer successivement deux tirs au but.
Au vu des résultats obtenus au cours de l'année, on admet que :

- la probabilité que Jean réussisse le premier tir au but est égal à 0,8 ;
- s'il réussit le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,7 ;
- s'il manque le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,5.

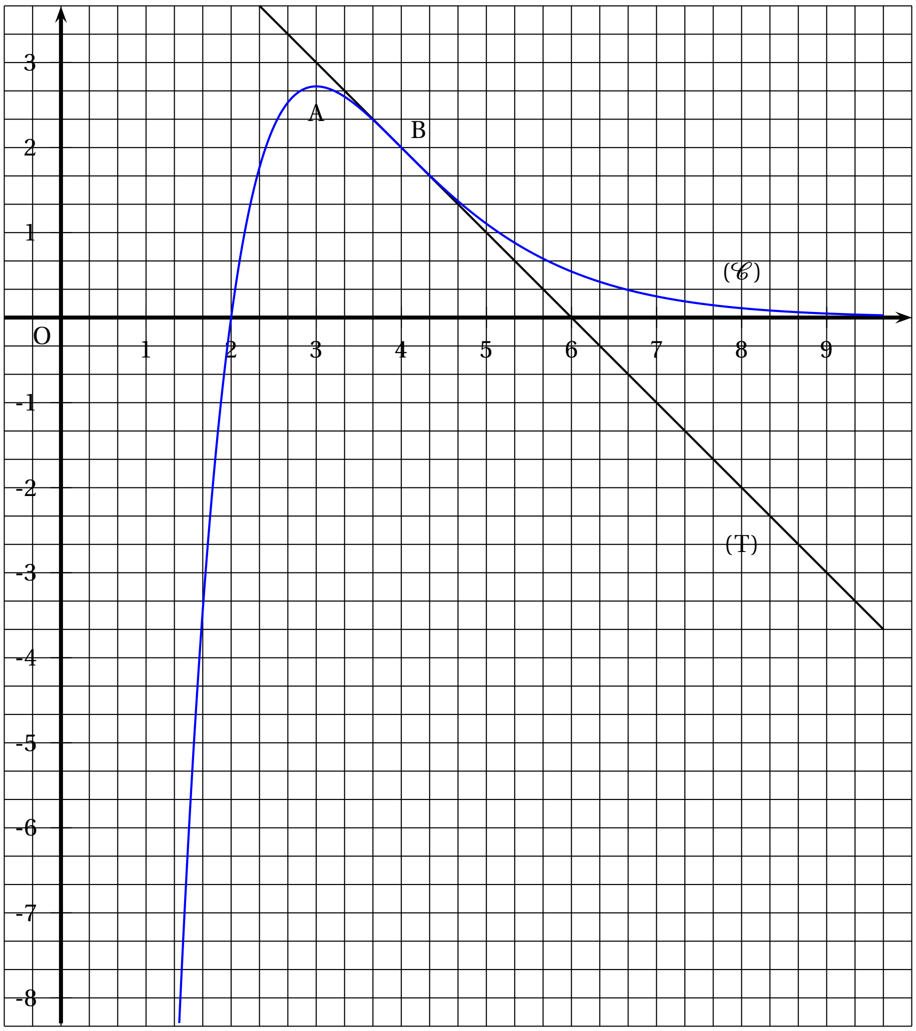
On note R_1 l'évènement : « le premier tir au but est réussi » et $\overline{\mathrm{R}_1}$ son évènement contraire,
R_2 l'évènement : « le second tir au but est réussi » et $\overline{\mathrm{R}_2}$ son évènement contraire.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que les deux tirs au but soient réussis.
3. **a.** Calculer la probabilité que le second tir au but soit réussi.
   b. Les évènements $\overline{\mathrm{R}_1}$ et $\overline{\mathrm{R}_2}$ sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
4. On note A l'évènement : « Jean a réussi exactement un tir au but ». Montrer que $p(\mathrm{A}) = 0,34$.

ANNEXE

EXERCICE 3

Commun à tous les candidats



Baccalauréat ES Polynésie septembre 2007

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une buvette, située en bordure de plage, est ouverte de 12 heures à 18 heures. Elle propose des crêpes salées et des crêpes sucrées.

Chaque client achète une seule crêpe.

60 % des clients se présentent à l'heure du déjeuner (entre 12 heures et 14 heures).

Parmi les clients achetant une crêpe l'après-midi (à partir de 14 heures), 80 % choisissent une crêpe sucrée.

On appelle :

D l'évènement : « le client est venu à l'heure du déjeuner ».

A l'évènement : « le client achète une crêpe salée ». On sait que la probabilité qu'un client achète une crêpe salée est égale à 0,62.

On pourra représenter les différentes situations par des arbres pondérés.

Les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. Déterminer les probabilités des évènements D et $\overline{\text{D}}$.
2. a. Un client est venu l'après-midi. Quelle est la probabilité qu'il ait acheté une crêpe salée ?
   b. Calculer $P\left(\text{A} \cap \overline{\text{D}}\right)$.
   c. En utilisant la formule des probabilités totales, calculer $P(\text{A} \cap \text{D})$.
   d. Un client vient à l'heure du déjeuner ; montrer que la probabilité qu'il achète une crêpe salée est égale à $0,9$.
3. Un client a acheté une crêpe salée ; quelle est la probabilité, à $0,01$ près, qu'il soit venu l'après-midi ?
4. On vend 3 euros une crêpe salée et 2 euros une crêpe sucrée. La buvette reçoit 250 clients par jour. Quelle est l'espérance de la recette quotidienne due à la vente de crêpes ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq propositions ci-dessous, indiquer si la proposition est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

1. La fonction $x \longmapsto \text{e} + \dfrac{1}{5}$ est la fonction dérivée de la fonction $x \longmapsto \text{e}x + \ln 5$.
2. L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $(\text{e}^x - 1)(\text{e}^x + 4) = 0$ est : $S = \{0\}$.
3. Si $\left(1 - \dfrac{1}{100}\right)^n \leqslant 0,7$ alors $n \geqslant \dfrac{\ln 0,7}{\ln 0,99}$.
4. L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $\ln\left(x^2 + 4x + 3\right) = \ln(5x + 9)$ est $S = \{-2~;~3\}$.
5. La limite quand x tend vers 1, $x < 1$, de la fonction $x \longmapsto \ln\left(\dfrac{\sqrt{1-x}}{2}\right)$ est 0.

EXERCICE 3 **9 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = (ax+b)\text{e}^{-x}$ où a et b sont deux réels.

On désigne par f' la fonction dérivée de f sur $[0\ ;\ +\infty[$ et on note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1. On sait que $(\mathcal{C})$ passe par le point E(0 ; 1) et qu'elle admet au point d'abscisse 0 une tangente horizontale. En déduire $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Vérifier que $f'(x) = (-ax + a - b)\text{e}^{-x}$
3. En utilisant les résultats précédents, déterminer a et b.

Partie B

Pour la suite, on admet que la fonction f est définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = (x+1)\text{e}^{-x}.$$

1. **a.** Vérifier que pour tout x de $[0\ ;\ +\infty[$, $f(x) = \dfrac{x}{\text{e}^x} + \dfrac{1}{\text{e}^x}$.

   b. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

   c. En déduire que $(\mathcal{C})$ possède une asymptote dont on précisera une équation.
2. **a.** Calculer $f'(x)$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$ puis dresser le tableau de variations complet de f.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0,5$ possède une unique solution α dans l'intervalle $[0\ ;\ 4]$.

   b. Déterminer un encadrement de α à 10^{-3} près.
4. On considère la fonction g définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = -(x+2)\text{e}^{-x}$.
   Montrer que g est une primitive de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
5. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au millième du résultat.
   (Rappel : la valeur moyenne d'une fonction f sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ est égale à $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\text{d}x$.)

Partie C

Une entreprise produit q milliers de pièces par jour, q étant un réel de $[0\ ;\ 4]$.

Le prix de revient d'une pièce, exprimé en euros, dépend de q et est donné par l'expression :

$$f(q) = (q+1)\text{e}^{-q}.$$

1. Combien coûte, en moyenne, à l'euro près, la production de 4 000 pièces ?
2. À partir de quelle quantité de pièces produites le prix de revient d'une pièce est-il inférieur à 0,5 euro ?

Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2007

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

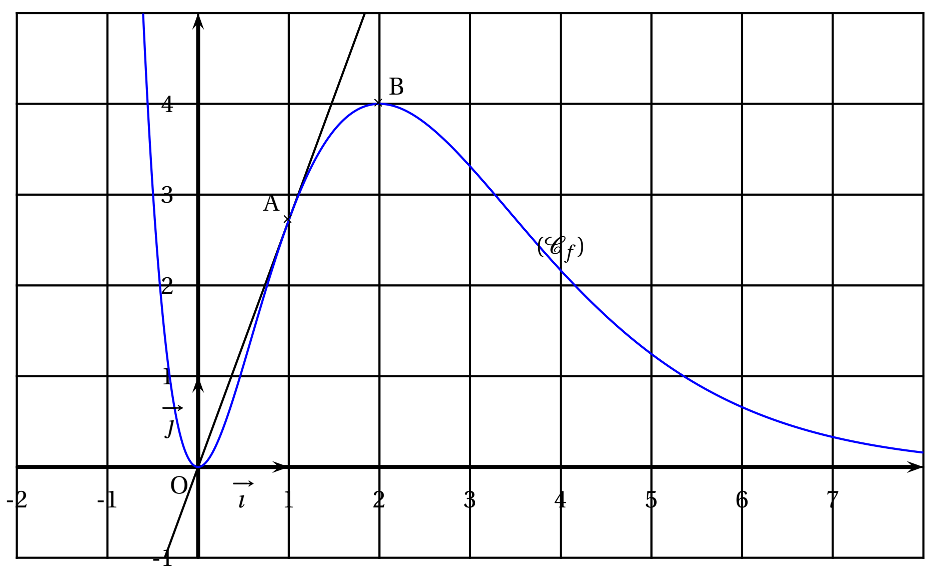
On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

La figure ci-dessous montre une partie de sa courbe représentative $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

On dispose des renseignements suivants sur la fonction f et la courbe $(\mathscr{C}_f)$:

- la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,2]$, elle est strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;\,0]$ et sur l'intervalle $[2\,;\,+\infty[$;
- la courbe $(\mathscr{C}_f)$ passe par l'origine du repère et par les points A$(1\,;\,\text{e})$ et B$(2\,;\,4)$;
- la droite (OA) est tangente en A à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ et l'axe des abscisses est asymptote à $(\mathscr{C}_f)$ en $+\infty$.

On note f' la fonction dérivée de f et on appelle F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 0$.



Pour chacune des affirmations suivantes, en utilisant les informations données par l'énoncé, cocher la cas V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'annexe 1 *à rendre avec votre copie. Il n'est pas demandé de justifier les réponses. Une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point ; l'absence de réponse n'enlève aucun point et n'en rapporte aucun. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est* 0.

1. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = --\infty$.
2. L'équation $f(x) = 0,1$ admet exactement deux solutions dans $\mathbb{R}$.
3. $f'(1) = f(1)$.
4. $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x < 5$.
5. $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\text{d}x < 1$.
6. La fonction F est croissante sur $\mathbb{R}$.
7. $F(5) > F(6)$.

8. La fonction f' est croissante sur l'intervalle $[0 ; 2]$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidat n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Une revue professionnelle est proposée en deux versions : une édition papier et une édition électronique consultable via internet. Il est possible de s'abonner à une seule des deux éditions ou de s'abonner à l'édition papier et à l'édition électronique.

L' éditeur de la revue a chargé un centre d'appel de démarcher les personnes figurant sur une liste de lecteurs potentiels.

On admet que lorsqu'un lecteur potentiel est contatcté par un employé du centre d'appel, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition papier est égale à $0,2$; s'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à $0,4$; s'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à $0,1$.

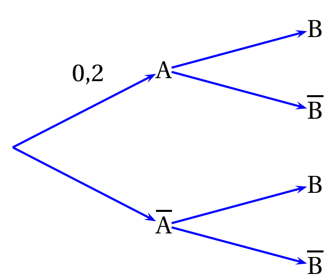
Partie I

Une personne figurant sur la liste de lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d'appel.

On note :

- A l'évènement « la personne s'abonne à l'édition papier »,
- B l'évènement « la personne s'abonne à l'édition électronique »,
- $\overline{\text{A}}$ l'évènement contraire de A, $\overline{\text{B}}$ l'évènement contraire de B.

1. **a.** Reproduire et compléter l'arbre suivant :



b. Donner la probabilité de $\overline{\text{B}}$ sachant A et la probabilité de $\overline{\text{B}}$ sachant $\overline{\text{A}}$.

2. **a.** Calculer la probabilité que la personne contactée s'abonne à l'édition papier et à l'édition électronique.

b. Justifier que la probabilité de l'évènement B est égale à $0,16$.

c. Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

3. On suppose que la personne contactée s'est abonnée à l'édition électronique. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit aussi abonnée à l'édition papier ?

Partie II

Pour chacune des personnes contactée, le centre d'appel reçoit de l'éditeur de la revue

- 2 € si la personne ne s'abonne à aucune des deux éditions ;
- 10 € si la personne s'abonne uniquement à l'édition électronique ;
- 15 € si la personne s'abonne uniquement à l'édition papier ;
- 20 € si la personne s'abonne aux deux éditions.

1. Reproduire et compléter, sans donner de justification, le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la somme reçue par le centre d'appel pour une personne contactée.

Somme reçue en €	2	10	15	20
Probabilité				

2. Proposer, en expliquant votre démarche, une estimation de la somme que le centre d'appel recevra de l'éditeur s'il parvient à contacter 5000 lecteurs potentiels.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidat n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Une banque propose à ses clients de s'abonner au service « bank.net » qui permet de consulter son compte et d'effectuer des transactions via une connexion internet.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de clients de la banque et du nombre de clients abonnés à « bank.net » de l'année 2001 à l'année 2006.

y_i est le nombre de milliers de clients de la banque au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année de rang x_i,

q_i est le nombre de milliers de clients de la banque abonnés à « bank.net » au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année de rang x_i.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de clients : y_i (en milliers)	298	310	321	330	339	348
Nombre d'abonnés à « bank.net » : q_i (en milliers)	45	53	63	74	87	103

Les séries statistiques $(x_i~;~y_i)$ et $(x_i~;~q_i)$ sont représentées sur la figure de l'annexe 2.

1. **a.** Calculer le pourcentage de clients de la banque abonnés à « bank.net » au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année 2001 (donner le résultat arrondi à l'unité).

b. Calculer le taux d'accroissement du nombre de clients de la banque abonnés à « bank.net » entre le 1$^{\text{er}}$ janvier 2001 et le 1$^{\text{er}}$ janvier 2006 (ce taux sera exprimé en pourcentage et arrondi à l'unité).

2. Modélisation de l'évolution du nombre de clients de la banque par un ajustement affine.

a. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Le coefficient directeur sera arrondi au dixième et l'ordonnée à l'origine sera arrondie à l'unité.

b. En supposant que l'évolution se poursuive selon ce modèle, donner une estimation du nombre de clients de la banque au premier janvier 2010.

3. La forme du nuage de points de coordonnées $(x_i~;~q_i)$ permet d'envisager un ajustement exponentiel.

En effectuant le changement de variable $z_i = \ln\left(q_i\right)$, on obtient la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés d'équation

$z = 0,165x + 3,642$.

a. En déduire une expression de q en fonction de x de la forme $q = kA^x$ et donner les valeurs approchées arrondies au centième des constantes k et A.

b. On admet que l'évolution du nombre de clients abonnés à « bank.net » entre les années 2001 et 2006 peut être modélisée par la relation $q = 38,17 \times (1,18)^x$. En supposant que l'évolution se poursuive selon ce modèle, donner une estimation du nombre de clients abonnés à « bank.net » au 1$^{\text{er}}$ janvier 2010.

c. Quel serait, selon l'estimation obtenue à la question 2. b. et l'estimation précédente, le pourcentage de clients de la banque abonnés à « bank.net » au 1$^{\text{er}}$ janvier 2010 ?

4. On suppose que, jusqu'au 1$^{\text{er}}$ janvier 2016, le nombre de clients de la banque évolue selon le modèle obtenu à la question 2. a. et le nombre de clients de la banque abonnés à « bank.net » évolue selon le modèle donné à la question

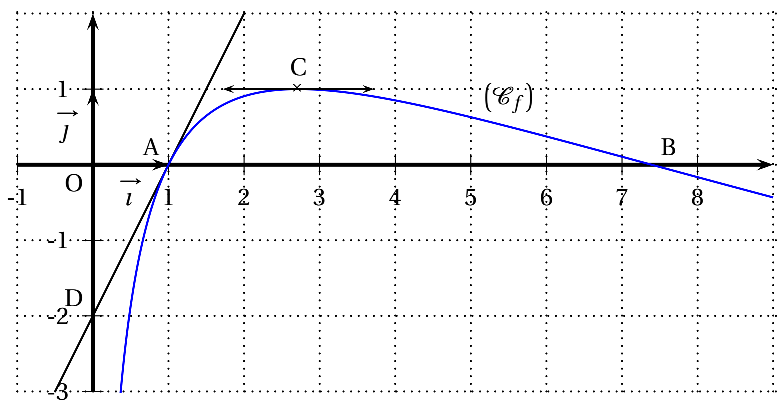
3.b.
À l'aide de ces deux modèles, quelles prévisions obtient-on pour 2016 ?
Qu'en pensez-vous ?

EXERCICE 4 **6 points**

On admettra que les fonctions considérées dans cet exercice sont dérivables sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = (2 - \ln x)\ln x.$$

La figure ci-dessous donne la courbe représentative $\left(\mathcal{C}_f\right)$ de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
La courbe $\left(\mathcal{C}_f\right)$ coupe l'axe des abscisses en A(1 ; 0) et en B.
La tangente en C à la courbe $\left(\mathcal{C}_f\right)$ est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente en A à la courbe $\left(\mathcal{C}_f\right)$ coupe l'axe des ordonnées en D.



1. Déterminer l'abscisse du point B (la valeur exacte est demandée).
2. Calculer la limite de f en 0 et la limite de f en $+\infty$.
3. On note f' la fonction dérivée de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.
   a. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$,
   $$f'(x) = \frac{2(1 - \ln x)}{x}$$
   b. Déterminer les coordonnées du point C et l'ordonnée du point D (les valeurs exactes sont demandées).
4. **a.** Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par
   $$g(x) = x[f(x) + 2\ln x - 4].$$
   Démontrer que g est une primitive de f sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
   b. Calculer $\displaystyle\int_1^{e^2} f(x)\,\text{d}x$ et donner une interprétation géométrique de cette intégrale.

Annexe 1 (à rendre avec sa copie)

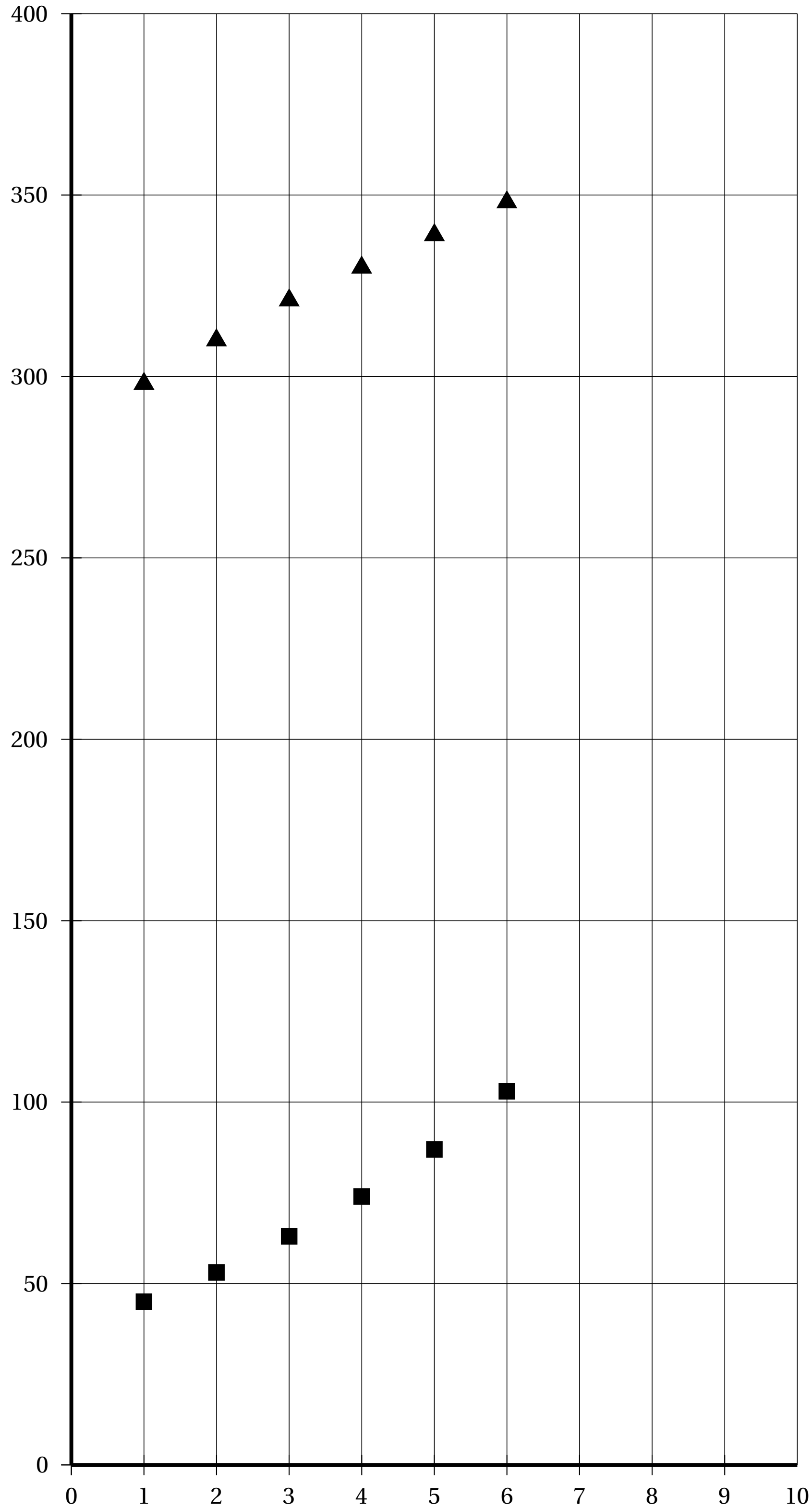
Exercice 1

Affirmations	V	F
a. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.		
b. L'équation $f(x) = 0,1$ admet exactement deux solutions dans $\mathbb{R}$.		
c. $f'(1) = f(1)$.		
d. $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x < 5$.		
e. $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x < 1$.		
f. La fonction F est croissante sur $\mathbb{R}$.		
g. $F(5) > F(6)$.		
h. La fonction f' est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.		

Annexe 2

Exercice 3

Représentation graphique des séries statistiques $(x_i\ ;\ y_i)$ et $(x_i\ ;\ q_i)$



Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2007

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$, strictement croissante sur l'intervalle $]0~;2]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[2~;~+\infty[$.

On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

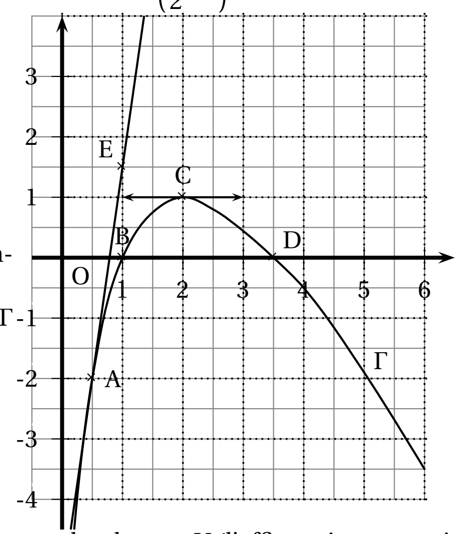
La courbe Γ représentative de la fonction f dans un repère orthonormé est tracée ci-dessous.

Elle passe par les points $A\left(\dfrac{1}{2}~;~-2\right)$, $B(1~;0)$, $C(2~;1)$ et $D\left(\dfrac{7}{2}~;~0\right)$.

E est le point de coordonnées $\left(1~;~\dfrac{3}{2}\right)$.

La courbe Γ admet au point C une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

La droite (AE) est tangente à la courbe Γ au point A.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'annexe, à rendre avec la copie.

Les réponses ne seront pas justifiées.

NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte retire* 0,25 *point ; l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

1. L'équation $f(x) = -1$ admet exactement deux solutions sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$
2. Le coefficient directeur de la droite (AE) est égal à $\dfrac{1}{7}$.
3. Les fonctions f et f' ont le même signe sur l'intervalle $[1~;2]$.
4. Les primitives de la fonction f sont croissantes sur l'intervalle $\left[1~;~\dfrac{7}{2}\right]$.
5. On peut calculer $\ln[f(x)]$ pour tout réel x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
6. La fonction g définie sur l'intervalle $[2~;~+\infty[$ par $g(x) = \text{e}^{f(x)}$ est croissante sur cet intervalle.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un club sportif a été créé au début de l'année 2000 et, au cours de cette année-là, 140 adhérents s'y sont inscrits.

Le tableau cl-dessous donne le nombre d'adhérents de 2000 à 2005.

année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
nombre d'adhérents y_i	140	165	220	240	260	310

Le détail des calculs statistiques à effectuer à la calculatrice n'est pas demandé.

1. Représenter dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique.
On prendra comme unités graphiques 2 cm pour 1 année en abscisse et 1 cm pour 10 adhérents en ordonnées. Sur l'axe des ordonnées, on commencera la graduation à 120.

2. Un premier ajustement du nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$

a. On désigne par G_1, le point moyen des trois points M_1, M_2 et M_3 du nuage et par G_2 le point moyen des trois points M_4, M_5 et M_6 du nuage. Calculer les coordonnées respectives de G_1 et de G_2 dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

b. Déterminer l'équation réduite $y = Ax + B$ de la droite (G_1G_2) dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Les coefficients A et B seront donnés sous la forme de fractions irréductibles.
Tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique.

c. En utilisant la droite (G_1G_2) comme droite d'ajustement du nuage, calculer le nombre d'adhérents au club sportif que l'on peut prévoir pour l'année 2007.

3. Dans cette question, on utilise la droite des moindres carrés,

a. Soit Δ la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite Δ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

b. En utilisant la droite Δ, calculer le nombre d'adhérents au club sportif que l'on peut prévoir pour l'année 2007.

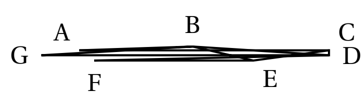
4. **a.** Si le taux d'augmentation du nombre d'adhérents d'une année à l'autre était fixe et égal à $t\,\%$, quelle serait la valeur de t arrondie au centième qui donnerait la même augmentation du nombre d'adhérents entre 2000 et 2005 ?

b. Avec ce même taux d'augmentation t, quel serait le nombre d'adhérents, arrondi à l'unité, pour l'année 2007 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Sur le graphe cl-contre, les sept sommets A, B, C, D, E, F et G correspondent à sept villes. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une liaison entre les deux villes correspondantes.



Les questions 1, 2 *et* 3 *sont indépendantes.*

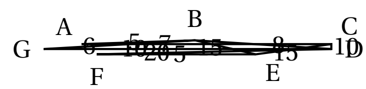
1. Est-il possible de trouver un trajet, utilisant les liaisons existantes, qui part d'une des sept villes et y revient en passant une fois et une seule fois par toutes les autres villes ?

2. On note M la matrice associée au graphe ci-dessus. Les sommets sont rangés suivant l'ordre alphabétique.

On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 6 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 1 & 10 & 9 & 1 & 5 \\ 6 & 1 & 0 & 9 & 8 & 0 & 3 \\ 1 & 10 & 9 & 2 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 9 & 8 & 1 & 0 & 6 & 3 \\ 4 & 1 & 0 & 7 & 6 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Donner le nombre de chemins de longueur 3 qui relient le sommet A au sommet F.
Les citer tous. Aucune justification n'est demandée.

3. On donne ci-dessous et sur le graphe ci-contre les distances exprimées en centaines de kilomètres entre deux villes pour lesquelles il existe une liaison :
AB : 5 ; AC : 7 ;
BD : 8 ; BE : 15 ;
BG : 6 ;CD : 10 ;
CE : 15 ; DF : 20 ;
DG : 10 ; EF : 5 ;
Un représentant de commerce souhaite aller de la ville A à la ville F.



En expliquant la méthode utilisée, déterminer le trajet qu'il doit suivre pour que la distance parcourue soit la plus courte possible et donner cette distance.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une étude réalisée auprès des élèves d'un lycée a permis d'établir que 55 % des élèves possèdent un ordinateur. Parmi les élèves qui ont un ordinateur, 98 % possèdent un téléphone portable.
De plus, parmi ceux qui possèdent un téléphone portable, 60 % possèdent un ordinateur.
Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats au centième donc les pourcentages à l'unité.
Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : on choisit au hasard un élève de ce lycée.
On note :
- M l'évènement : « L'élève possède un ordinateur » ;
- T l'évènement : « L'élève possède un téléphone portable » ;
- $\overline{M}$ l'évènement contraire de M ;
- $\overline{T}$ l'évènement contraire de T.

1. **a.** Calculer la probabilité que l'élève possède un ordinateur et un téléphone portable.

   b. En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable.

2. **a.** On prend 0,90 comme valeur de la probabilité de l'évènement T.
   Calculer la probabilité que l'élève ne possède pas d'ordinateur mais possède un téléphone portable.

b. En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable sachant qu'il ne possède pas d'ordinateur.

Partie B : on choisit trois élèves au hasard, indépendamment les uns des autres.
On note E l'évènement : « Exactement deux des trois lycéens choisis possèdent un ordinateur ».
Calculer la probabilité de l'évènement E.

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

Partie A
On considère la fonction h définie et dérivable sur R par

$$h(x) = \mathrm{e}^{2x} - 7\mathrm{e}^{x} + 6.$$

On note h' sa fonction dérivée.

1. **a.** Calculer la limite de la fonction h en $-\infty$.

   b. Calculer la limite de la fonction h en $+\infty$; on pourra utiliser l'égalité vraie pour tout réel x : $h(x) = \mathrm{e}^{x}\left(\mathrm{e}^{x} - 7 + 6\mathrm{e}^{-x}\right)$.

2. Calculer $h\left[\ln\left(\frac{7}{2}\right)\right]$, $h(0)$ puis $h(\ln 6)$.

3. Déterminer par le calcul l'image $h'(x)$ d'un réel x par la fonction h' et étudier les variations de la fonction h.
   Dresser le tableau de variations de la fonction h et faire figurer les résultats des questions précédentes dans ce tableau.

4. En déduire le tableau des signes de la fonction h.

Partie B
On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 6 - 6\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = \mathrm{e}^{x} - 1.$$

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère du plan d'unités graphiques : 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.
Les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont données en annexe.

1. Démontrer que le point de coordonnées $(\ln 6\ ;\ 5)$ est un point d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

2. **a.** Démontrer que, pour tout réel x, $f(x) - g(x) = \dfrac{-h(x)}{\mathrm{e}^{x}}$.

   b. Déterminer, par le calcul, la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

3. On note $\mathscr{D}$ le domaine du plan limité par les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \ln 6$.

   a. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ sur le graphique donné en annexe.

   b. Calculer la valeur exacte de l'aire du domaine $\mathscr{D}$ en cm^2 puis en donner une valeur approchée arrondie au centième.

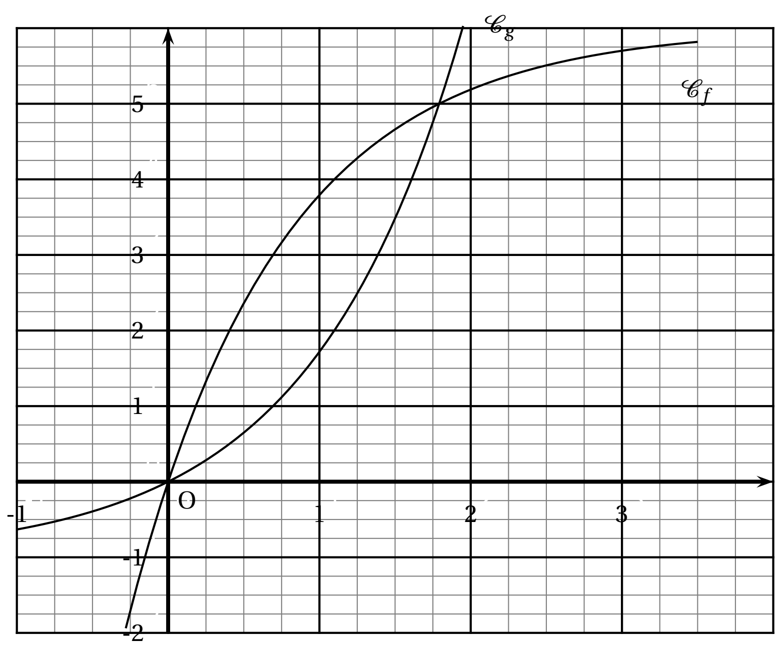
ANNEXE

À compléter et à rendre avec la copie

Exercice 1

Affirmation	V	F
1. L'équation $f(x) = -1$ admet exactement deux solutions sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.		
2. Le coefficient directeur de la droite (AE) est égal à $\dfrac{1}{7}$.		
3. Les fonctions f et f' ont le même signe sur l'intervalle $[1~;2]$.		
4. Les primitives de la fonction f sont croissantes sur l'intervalle $\left[1~;~\dfrac{7}{2}\right]$.		
5. On peut calculer $\ln[f(x)]$ pour tout réel x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$.		
6. La fonction g définie sur l'intervalle $[2~;~+\infty[$ par $g(x) = \text{e}^{f(x)}$ est croissante sur cet intervalle.		

Exercice 4



Baccalauréat ES Pondichéry 16 avril 2008

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une bonne réponse rapporte 1 point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.

1. Le prix d'un produit dérivé du pétrole a augmenté de 60 % durant l'année 2005. Pour revenir à sa valeur initiale, ce prix doit baisser de
   - 70 %.
   - 60 %.
   - 40 %.
   - 37,5 %.
2. Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux évènements indépendants A et B qui vérifient $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,5$. On a alors :
   - $P(A \cup B) = 0,65$.
   - $P(A \cup B) = 0,8$.
   - $P(A \cup B) = 0,15$.
   - Les données ne permettent pas de calculer $P(A \cup B)$.
3. f est la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{x}$.
   La courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan admet pour asymptote la droite d'équation :
   - $y = 0$.
   - $y = 2x - 1$.
   - $x = 2$
   - $y = -x + 1$.
4. Le nombre $A = 2\ln\left(\dfrac{e}{4}\right) + 5\ln 2 + \ln\left(\dfrac{8}{e}\right)$ est égal à :
   - $1 + 4\ln 2$.
   - $4\ln 2 + 3$.
   - $2\ln 5 + 1$.
   - $8\ln 2$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une agence de voyages propose exclusivement trois destinations : la destination A, la destination G et la destination M.

50 % des clients choisissent la destination A ;

30 % des clients choisissent la destination G ;

20 % des clients choisissent la destination M.

Au retour de leur voyage, tous les clients de l'agence répondent à une enquête de satisfaction.

Le dépouillement des réponses à ce questionnaire permet de dire que 90 % des clients ayant choisi la destination M sont satisfaits, de même que 80 % des clients

ayant choisi la destination G.
On prélève au hasard un questionnaire dans la pile des questionnaires recueillis.

On note les évènements :

- A : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination A » ;
- G : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination G » ;
- M : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination M » ;
- $\overline{\text{S}}$: « le questionnaire est celui d'un client satisfait » ;
- S « le questionnaire est celui d'un client insatisfait ».

1. Traduire les données de l'énoncé sur un arbre de probabilité.

2. **a.** Traduire par une phrase les évènements G $\cap$ S et M $\cap$ S puis calculer les probabilités P(G $\cap$ S)et P(M $\cap$ S).

b. L'enquête montre que 72 % des clients de l'agence sont satisfaits. En utilisant la formule des probabilités totales, calculer P(A $\cap$ S).

c. En déduire $P_A(S)$, probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement A est réalisé.

3. Le questionnaire prélevé est celui d'un client qui est satisfait.
Le client a omis de préciser quelle destination il avait choisie.
Déterminer la probabilité qu'il ait choisi la destination G (*on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible*).

4. On prélève successivement au hasard trois questionnaires dans la pile d'enquêtes. On suppose que le nombre de questionnaires est suffisamment élevé pour considérer que les tirages successifs sont indépendants.
Calculer la probabilité de l'évènement : « les trois questionnaires sont ceux de clients insatisfaits » (*on donnera le résultat arrondi au millième*).

EXERCICE 3 — 4 points

Commun à tous les candidats

Un centre d'appel comptait en 2001 soixante-six employés. Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'employés en fonction du rang de l'année.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'employés y_i	66	104	130	207	290	345	428

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'employés en fonction du rang x de l'année.
Une étude graphique montre qu'un ajustement affine ne convient pas.

On pose alors $z = \sqrt{y} - 3$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (*on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis au centième*)

Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	5,12						

2. Représenter le nuage de points $M_i\,(x_i\ ;\ z_i)$ associé à cette série statistique, dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.
Un ajustement affine vous paraît-il approprié ? Justifier la réponse.
3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés (*on donnera les coefficients sous forme décimale, arrondis au centième*).
Tracer cette droite sur le graphique précédent.
4. En utilisant cet ajustement, à partir de quelle année peut-on prévoir que l'effectif de ce centre d'appel dépassera 900 employés ?

EXERCICE 4 **7 points**

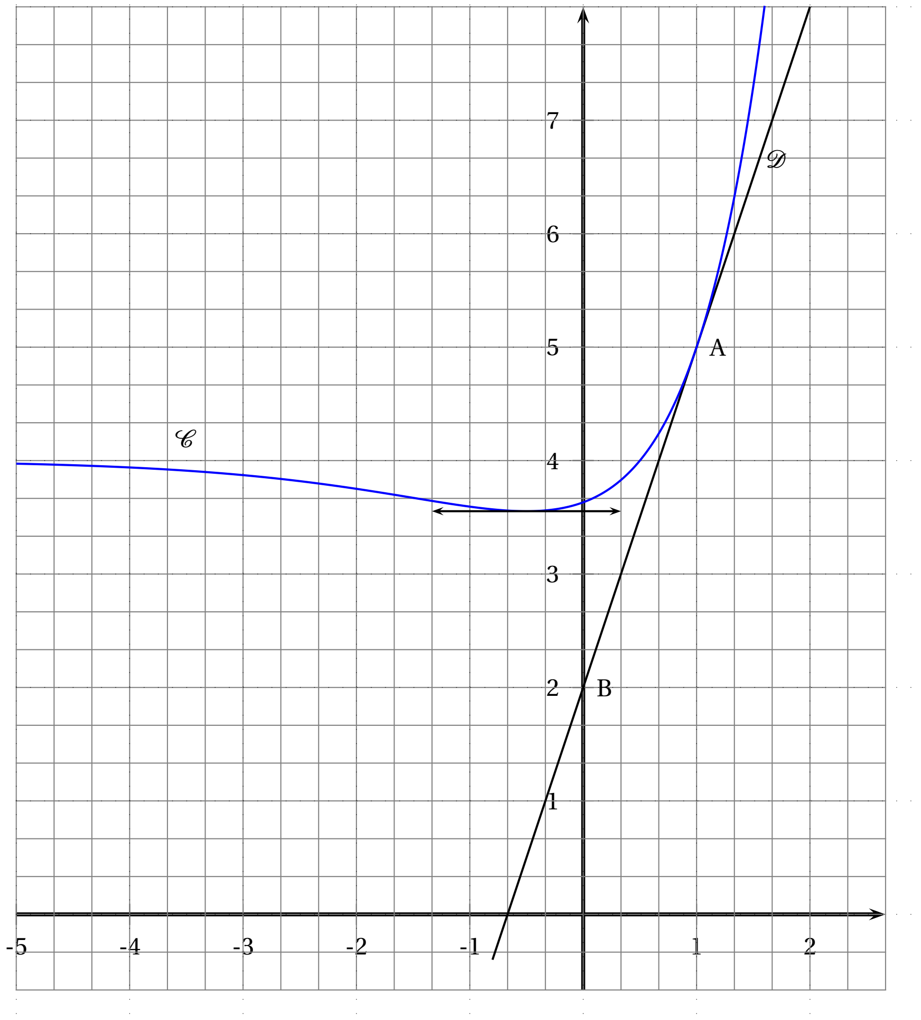
Commun à tous les candidats

Les trois parties sont indépendantes

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{x-1} + c,$$

où a, b et c sont trois réels que l'on se propose de déterminer dans la partie A.
On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\mathscr{C}$ représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal est représentée ci-dessous.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A(1 ; 5), elle admet la droite $\mathscr{D}$ comme tangente en ce point.
Le point B(0 ; 2) appartient à la droite $\mathscr{D}$.
La courbe $\mathscr{C}$ admet également une tangente horizontale au point d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$.



Partie A

1. **a.** Préciser les valeurs de $f(1)$ et $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$.

   b. Déterminer le coefficient directeur de la droite $\mathscr{D}$. En déduire $f'(1)$.

2. Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = (ax + a + b)\mathrm{e}^{x-1}$.

   .

3. Montrer que a, b et c vérifient le système : $\left\{\begin{array}{rcl} a+b+c &=& 5\\ a+2b &=& 0\\ 2a+b &=& 3\end{array}\right.$.

   Déterminer les valeurs de a, b et c.

Partie B

On admet pour la suite de l'exercice que, pour tout réel x, $f(x) = (2x-1)\mathrm{e}^{x-1} + 4$.

1. **a.** Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

   b. Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{2}{\mathrm{e}}x\mathrm{e}^{x} - \dfrac{1}{\mathrm{e}}\mathrm{e}^{x} + 4$.
   En déduire $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ (on rappelle que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x\mathrm{e}^{x} = 0$).
   Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

2. a. Donner, pour tout réel x, l'expression de $f'(x)$.
   b. Établir le tableau de variations de f.
   Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout réel x.
   c. Montrer que l'équation $f(x) = 6$ admet une unique solution réelle α sur l'intervalle $[1\,;\,2]$. On donnera un encadrement de α d'amplitude 0,1.
   Toute trace de recherche, même incomplete, sera prise en compte dans l'évaluation.

Partie C

1. On considère la fonction F définie pour tout réel x par

$$F(x) = (2x-3)\mathrm{e}^{x-1} + 4x$$

   Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Soit Δ la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
   Calculer l'aire de la partie Δ exprimée en unités d'aire ; on donnera la valeur exacte et la valeur décimale arrondie au dixième. .