

Définition :

Une fraction est un quotient d'entiers

Exemples :

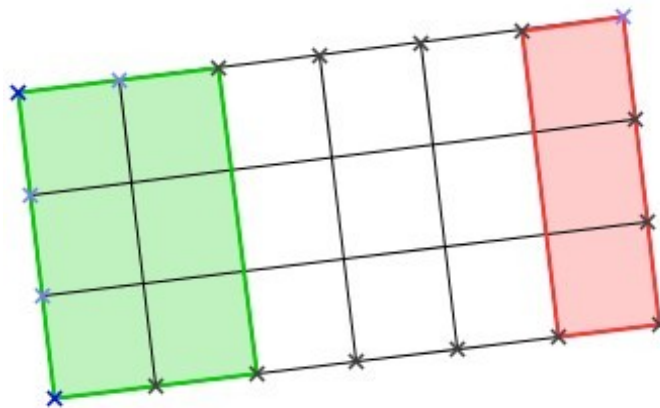
$\frac{3}{4}$, $\frac{567}{432}$ sont deux fractions.

ATTENTION : $\frac{21,4}{76}$ n'est pas une fraction mais une écriture fractionnaire.

$\frac{\pi}{4}$ n'est pas non plus une fraction.

I) Généralités :

1) Fraction de la surface d'une figure :



Ce rectangle est partagé en 18 carrés tous identiques.

On peut donc dire que la partie verte représente $\frac{6}{18}$ de la surface totale et la partie

rouge $\frac{3}{18}$ de la surface totale.

Cependant, on peut choisir comme unité de base pour notre découpage le rectangle rouge.

Toute la surface du rectangle peut être découpée en 6 rectangles rouges identiques.

Alors, la surface rouge représente $\frac{1}{6}$ de la surface totale.

Si maintenant on choisit le rectangle vert comme unité de base, alors toute la surface du rectangle complet peut être découpée en 3 rectangles verts identiques.

Alors, la partie verte représente $\frac{1}{3}$ de la surface totale.

Remarque : Autrement dit : $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ et $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

2) Quotient :

Soient a et b deux nombres, avec $b \neq 0$.

Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b donne a

Notation : Ce quotient se note $\frac{a}{b}$

Exemples :

$$\frac{35}{7} = 5 \text{ car } 5 \times 7 = 35$$

$$\frac{9,92}{8} = 1,24 \text{ car } 8 \times 1,24 = 9,92$$

Remarque : Un quotient admet toujours une écriture fractionnaire, mais n'admet pas toujours une écriture décimale.

Exemple : Si on considère le quotient $\frac{2}{3}$:

On a bien $\frac{2}{3} \times 3 = 2$ mais $\frac{2}{3} \simeq 0,666666666666\dots$ ce n'est pas une écriture décimale.

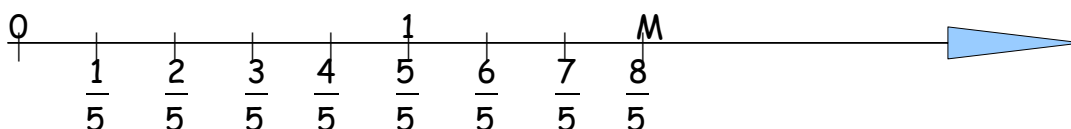
3) Vocabulaire :

Définitions : Dans une écriture décimale, le nombre au-dessus du trait de fraction est appelé **numérateur** et celui en-dessous, **dénominateur**.

Exemple :

Si on considère $\frac{345}{56}$, 345 est le numérateur et 56 est le dénominateur

4) Fraction et demi-droite graduée :



Sur cette droite graduée, l'unité est découpée en cinq parties égales.

M a donc pour abscisse $\frac{8}{5}$

II) Quotients égaux :

1) Propriété :

- On ne change pas un quotient, lorsqu'on multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul

C'est-à-dire : Si k , a et b sont trois nombres tels que $b \neq 0$ et $k \neq 0$, alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

Exemple : $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 8}{4 \times 8} = \frac{24}{32}$

- On ne change pas un quotient, lorsqu'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul

C'est-à-dire : Si k , a et b sont trois nombres tels que $b \neq 0$ et $k \neq 0$, alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$$

Exemple : $\frac{45}{27} = \frac{45 : 9}{27 : 9} = \frac{5}{3}$

2) Application à la simplification de fraction :

Simplifier une fraction, c'est donner une fraction égale avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Exemples :

$$\frac{64}{40} = \frac{\cancel{8} \times 8}{\cancel{8} \times 5} = \boxed{\frac{8}{5}} \qquad \frac{63}{36} = \frac{\cancel{9} \times 7}{\cancel{9} \times 4} = \boxed{\frac{7}{4}}$$

3) Quotient et fraction égale :

On peut toujours trouver une fraction égale au quotient de deux nombres décimaux.

Exemples :

$$\frac{5,6}{7} = \frac{5,6 \times 10}{7 \times 10} = \frac{56}{70} \qquad \frac{11}{0,36} = \frac{11 \times 100}{0,36 \times 100} = \frac{1100}{36}$$

III) Multiplier un nombre par une fraction :

1) Vocabulaire :

Quand on prend une fraction d'un nombre, cela revient à effectuer le produit de la fraction par le nombre.

Exemple :

Dans une entreprise, il y a 129 employés. $\frac{2}{3}$ des employés sont des femmes.

Le nombre de femmes est donné par : $\frac{2}{3} \times 129$

2) Méthodes de calcul :

On considère trois nombres a, b et c.

Pour calculer $\frac{a}{b} \times c$, on peut procéder de trois manières différentes :

- Soit on multiplie a par c et on divise le résultat par b
- Soit on divise c par b et on multiplie le résultat par a
- Soit on divise a par b et on multiplie le résultat par c

Exemples :

Pour calculer le nombre de femmes dans l'entreprise précédente, $\frac{2}{3} \times 129$:

a) 1^{ère} méthode : $\frac{2 \times 129}{3} = \frac{258}{3} = 86$

b) 2^{ième} méthode : $\frac{129}{3} = 43$ et $43 \times 2 = 86$

c) 3^{ième} méthode : $\frac{2}{3} \simeq 0,66666\dots$

$0,66666\dots \times 129 \simeq 85,99999999\dots \simeq 86$

ATTENTION : Ici, la troisième méthode est à éviter car elle amène une valeur approchée