

Seconde	<u>Feuille d'exercices « historiques » sur les nombres</u>	Année scolaire 2012/2013
---------	-----------------------------------------------------------------------	-----------------------------

©F.Mangeard « Le Coin des Matheux » : <http://mangeard.maths.free.fr>

Exercice 1 : Les nombres parfaits

Un entier naturel est parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs autres que lui-même. (Exemples : $6 = 1 + 2 + 3$ ou $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$)

Euler, mathématicien suisse du XVIII^{ème} siècle, a prouvé en 1749 que tout nombre parfait pair est de la forme $2^n(2^{n+1} - 1)$.

a) Compléter le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4
$2^n(2^{n+1} - 1)$				

b) Parmi les quatre nombres précédents, quels sont ceux qui sont parfaits ?

Exercice 2 : Le Crible d'Eratosthène

Eratosthène (III^{ème} siècle avant JC) : Astronome, mathématicien, géographe, historien, poète, etc... a été directeur de la bibliothèque d'Alexandrie.

Il est très connu pour avoir déterminé avec une remarquable précision la circonférence de la Terre et aussi pour avoir mis au point une méthode permettant d'obtenir les nombres premiers inférieurs à un entier donné : le crible d'Eratosthène.

- 1) Dresser la table des nombres entiers de 1 à 100
- 2) 2 a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. C'est le plus petit nombre premier. Barrer 1 et entourer 2.

Les multiples de 2 (= nombres pairs) ne sont pas premiers car ils possèdent au moins trois diviseurs : 1, 2 et eux-mêmes. Barrer tous les multiples de 2 autres que 2.

- 3) 3 n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même. Entourer 3 et barrer tous les multiples de 3.
- 4) Répéter les mêmes opérations avec les nombres premiers suivants.
- 5) Que se passe-t-il quand on arrive à 11 ? Expliquer.

Exercice 3 : Nombres de Mersenne

Mersenne (1588-1648) : savant français.

Pour n entier naturel, on appelle nombre de Mersenne, tout nombre de la forme : $2^n - 1$

- 1) Calculer ces nombres pour n variant de 1 à 6 inclus.
- 2) Quels sont ceux qui sont premiers ?

Remarque : En 2004, grâce à plusieurs milliers d'ordinateurs travaillant ensemble au sein du GIMPS (Great International Mersenne Primes Search), on a obtenu le plus grand nombre premier connu à ce jour : $2^{24\ 036\ 583} - 1$

Exercice 4 : Nombres de Fermat

Pierre de Fermat (1601-1665) : savant français.

Les nombres de Fermat sont de la forme $2^{a(n)} + 1$ où $a(n) = 2^n$

- 1) Calculer les nombres de Fermat pour n allant de 0 à 3. Sont-ils premiers ?
- 2) Calculer le nombre de Fermat pour n = 5. Montrer que ce nombre est divisible par 641. Ce nombre de Fermat est-il premier ? Expliquer.

©F.Mangeard « Le Coin des Matheux » : <http://mangeard.maths.free.fr>