Exercice 1 :

1) Ecrire de la façon la plus simple possible les nombres suivants (en donnant des valeurs exactes et non des valeurs approchées) :

$$A = \frac{(\sqrt{45+5})(\sqrt{5}-3)}{4} \quad B = \left(\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}} \right)^2 \quad C = \sqrt{5} \times \frac{(\sqrt{19}-\sqrt{13})(\sqrt{19}+\sqrt{13})}{6}$$

$$D = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{2}{5} \times \frac{11}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} \div \frac{5}{11} \right)$$

2) Ecrire sous la forme $a + b\sqrt{7}$ avec a et b deux entiers les deux nombres suivants :

$$E = \sqrt{28} - 3\sqrt{63} + 5\sqrt{112} \quad ; \quad F = \sqrt{7}(-13 + 5\sqrt{7})$$

3) Montrer que $A + B + C + D + E + F \in \mathbb{N}$

Exercice 2 : La formule de Héron

Voici une formule attribuée à Héron d'Alexandrie, mathématicien grec du I^{er} siècle après JC pour calculer l'aire S d'un triangle lorsque l'on connaît les mesures de ses trois côtés a , b , c :

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{où } p \text{ désigne le demi-périmètre du}$$

triangle.

- 1) En utilisant cette formule, calculer l'aire d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement : 27 cm, 45 cm, 36 cm.
- 2) Démontrer que ce triangle est rectangle puis calculer son aire d'une autre manière que dans la question I).
- 3) Calculer l'aire d'un triangle équilatéral de côté 10 cm par la formule de Héron.
- 4) **(Bonus)** Calculer la hauteur de ce triangle.

Exercice 3 : Développements et factorisations

1) $A(x) = 2(3x + 1)^2 + (3x + 1)$

- a) Développer et réduire A
- b) Factoriser A au maximum

2) $B(x) = 49x^2 - 1 - (7x + 1)(3x - 4)$

- a) Factoriser $49x^2 - 1$
- b) En déduire la factorisation au maximum de B .

Exercice 4 : Suite de Fibonacci

Léonard de Pise, mathématicien italien du XIII^{ième} siècle, appelé Fibonacci a étudié une suite de nombres très particulière.

Pour la construire, on écrit deux nombres entiers strictement positifs :
exemple : 3 et 5. Le terme suivant s'obtient en ajoutant les deux précédents.
Ici, on aura $3 + 5 = 8$. Etc...

D'où la suite en question : 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, etc...

1) A partir du deuxième terme, diviser chaque nombre par le précédent.

$\frac{5}{3}$, $\frac{8}{5}$, etc...Ecrire sous forme de fraction puis une approximation à 10^{-5} près

des dix premiers termes de cette liste. (on obtient des rationnels non décimaux et des décimaux)

2) Donner une valeur approchée à 10^{-5} près du nombre $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

3) Comment appelle-t-on ce nombre ?

4) Comparer la valeur approchée de Φ avec celles de la question 1)

5) En valeur exacte, montrer que $\Phi^2 = \Phi + 1$ et $\Phi - 1 = \frac{1}{\Phi}$

Exercice 5 : Applications astronomiques

Donnée : la vitesse de la lumière est d'environ $300\,000 \text{ km.s}^{-1}$

Une année-lumière est la distance parcourue par la lumière en une année.

1) En considérant une année de 365 jours, calculer ,en valeur approchée, une année-lumière en km. **On exprimera le résultat à l'aide de la notation scientifique.**

2) On dit que le Soleil est à environ huit minutes-lumière, ce qui signifie que la lumière met huit minutes pour parcourir la distance Soleil-Terre. Calculer ,en km, la distance Terre-Soleil. **(en notation scientifique)**

3) L'étoile la plus proche de la Terre après le Soleil (*Proxima du Centaure*) est située à environ $4,07 \times 10^{13} \text{ km}$.

Calculer sa distance en années-lumière.