Seconde Rome	**DM n°1 de mathématiques**	Pour le 24/09

Exercice 1 :

Ecrire sous forme de fraction irréductible les nombres suivants :

$$A = \frac{-\frac{6}{7}+\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}+\frac{2}{9}} \div \frac{\frac{1}{11}-1}{\frac{3}{4}+\frac{7}{3}} \qquad B = \frac{2+\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{4}} \times \frac{1+\frac{1}{7}}{-1-\frac{4}{5}}$$

Exercice 2 :

Ecrire les nombres suivants sous la forme a $\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers :

a) $(\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) + 13$; b) $\sqrt{50} - \sqrt{32}$ c) $\sqrt{300} - \sqrt{243}$

d) $\sqrt{2} - \sqrt{200} + 7\sqrt{8} - 2\sqrt{72}$

Exercice 3 :

Ecrire sous la forme $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d \times 11^e$ où a, b, c, d et e sont des entiers relatifs, les nombres suivants :

$$A = \frac{35^8 \times 18^6}{27^3 \times 63^2} \qquad B = \frac{9^5 \times 63^6 \times 14^7}{18^8 \times 98^5} \qquad C = \frac{42^2 \times 21^4 \times 8^7}{72^6 \times 70^3 \times 15^5}$$

Exercice 4 : L'irrationalité de $\sqrt{2}$

Pour démontrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel, il suffit de démontrer qu'il ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible $\frac{m}{n}$ (m ∈ **Z** et n ∈ **N***)

Autrement dit : $\frac{m}{n} = \sqrt{2}$ est impossible. En passant au carré, nous avons :

$\frac{m^2}{n^2} = 2$ d'où $m^2 = 2n^2$

a) Recopier et compléter le tableau suivant pour des nombres entiers naturels non nuls :

Le nombre se termine par	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Son carré se termine par										
Le double de son carré se termine par										

b) Est-il possible d'avoir $m^2 = 2n^2$?

c) Conclure en rédigeant une démonstration de la propriété « $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel »

Remarque : ce type de démonstration est appelée démonstration par l'absurde.

Exercice 5 : La conjecture de Goldbach(1690-1764)

Voici une conjecture faite par le mathématicien Goldbach :

« Tout nombre pair supérieur à 2 peut être écrit comme somme de deux nombres premiers ». Vérifier cette affirmation pour plusieurs nombres pairs

A l'heure actuelle, cette conjecture n'a pas été démontrée.