

Quatrièmes	Chapitre n°5 : Triangles et cercle circonscrit	Année scolaire 2008/2009
------------	---	--------------------------

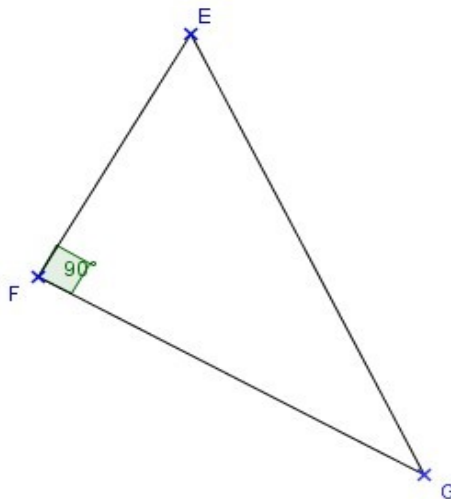
I) Rappels et généralités :

1) Triangle rectangle :

Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit.

Exemple :



Le triangle EFG est rectangle en F.

Le côté [EG] opposé à l'angle droit s'appelle **l'hypoténuse**

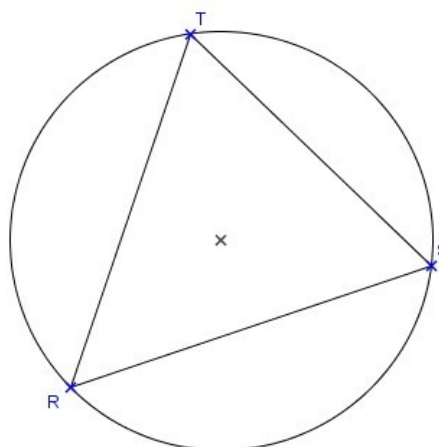
Remarque :

L'hypoténuse est le plus grand côté dans un triangle rectangle.

2) Cercle circonscrit :

Définition : Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par les trois sommets de ce triangle.

Exemple :



Le cercle tracé est circonscrit au triangle TRS.

Autre formulation :

*On dit aussi que le triangle TRS est **inscrit** dans le cercle*

Un triangle est inscrit dans un cercle si et seulement si ses trois sommets sont situés sur le cercle.

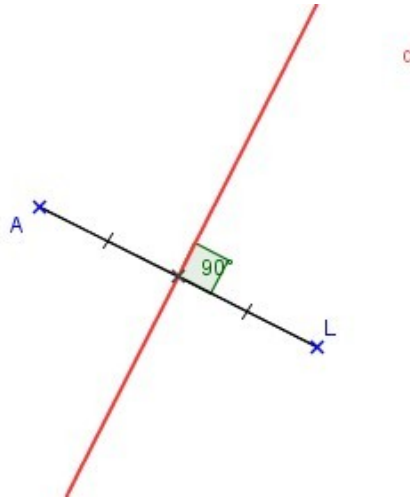
Voyons comment on peut facilement trouver le centre de ce cercle :

Propriété :

Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point de concours des médiatrices de ce triangle.

Rappel :

Définition de la médiatrice d'un segment : c'est la droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par le milieu de ce segment.

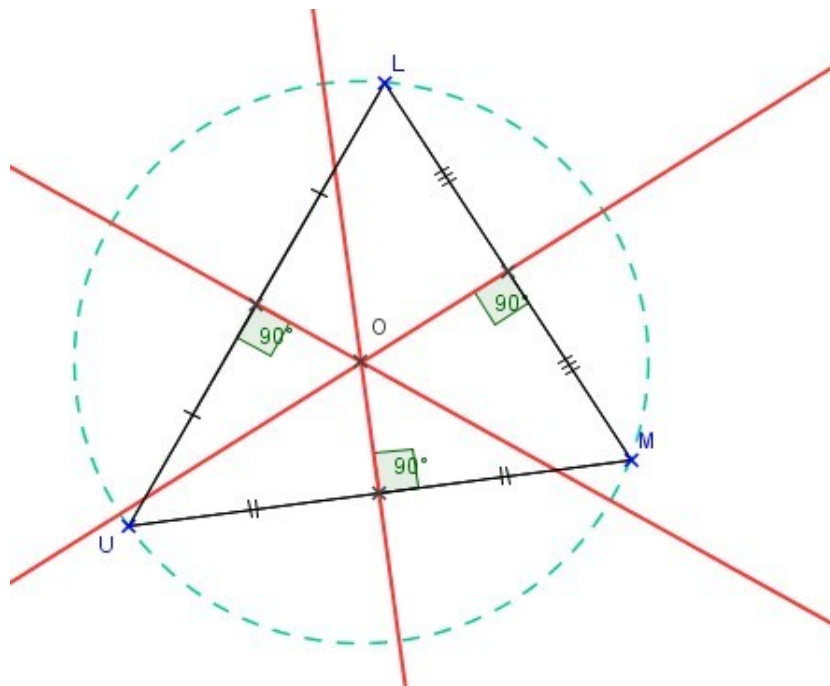


La droite (d) est la médiatrice du segment [AL]

Pour le tracé de la médiatrice d'un segment au compas, voir :

<http://mangeard.maths.free.fr/Ecole/Instrumentspoche/mediat003.htm>

Exemple d'un triangle quelconque :



Les trois médiatrices tracées en rouge sont concourantes et le point de concours est bien le centre du cercle circonscrit.

Pour avoir une image dynamique et pouvoir « déformer » le triangle pour voir ce qui se passe cliquer sur :

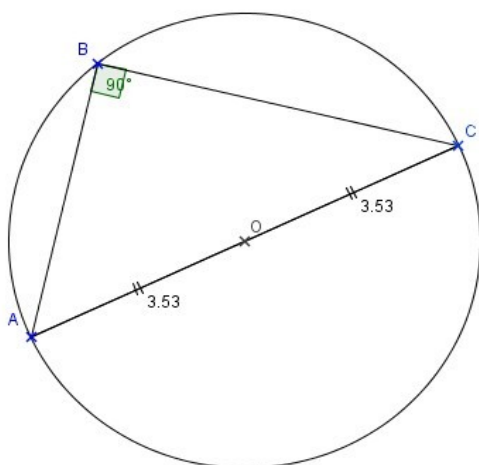
http://mangeard.maths.free.fr/Ecole/Quatri%E8mes/2008-2009/cercle_circonscrit001.html

Cas particulier du triangle rectangle :

La figure dynamique précédente réalisée sous Geogebra nous permet de conjecturer le résultat suivant :

- Si le triangle n'a que des angles aigus, le centre de son cercle circonscrit est à l'intérieur de ce triangle.
- Si le triangle possède un angle obtus, le centre de son cercle circonscrit est à l'extérieur de ce triangle.
- Si le triangle est rectangle, le centre de son cercle circonscrit est au milieu de l'hypoténuse.

(Pour la démonstration de ce dernier résultat, voir l'activité 2 page 166)



Voir la figure dynamique correspondante à l'adresse :

http://mangeard.maths.free.fr/Ecole/Quatri%E8mes/2008-2009/triangle_rectangle_cercle001.html

II) Propriétés :

1) Sens direct :

Théorème :

Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.

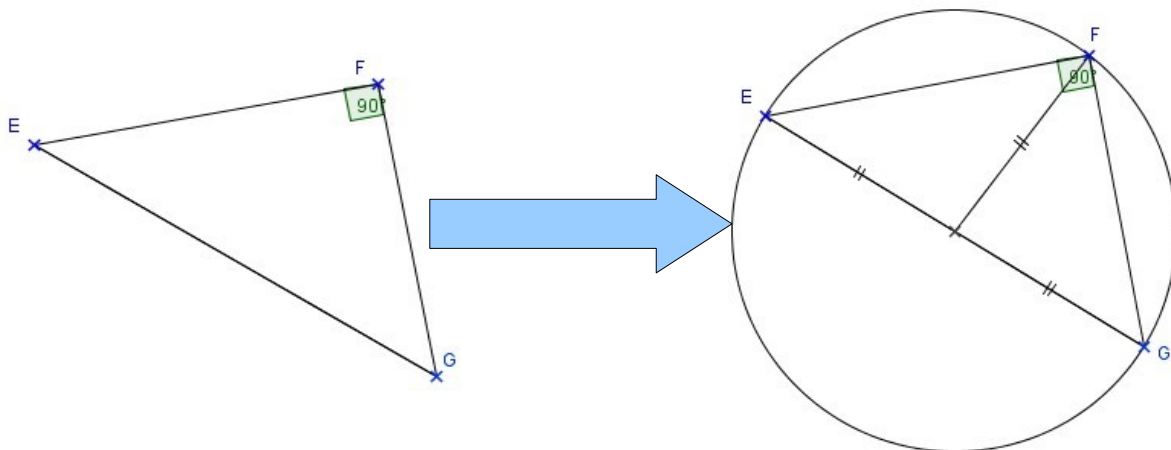
Exemple :

Données :

EFG triangle rectangle en F

Conclusion :

[EG] est diamètre du cercle circonscrit à EFG



Conséquences :

a) *Le milieu de l'hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit : il est équidistant des trois sommets du triangle.*

b) *La longueur de la médiane issue de l'hypoténuse vaut la moitié de celle de l'hypoténuse.*

Dans la figure précédente, si on note O le centre du cercle circonscrit au triangle

EFG, alors on a : $OF = \frac{EG}{2}$

2) Sens réciproque :

Théorème :

Si un triangle est inscrit dans un cercle en ayant un diamètre du cercle pour côté, alors ce triangle est rectangle.

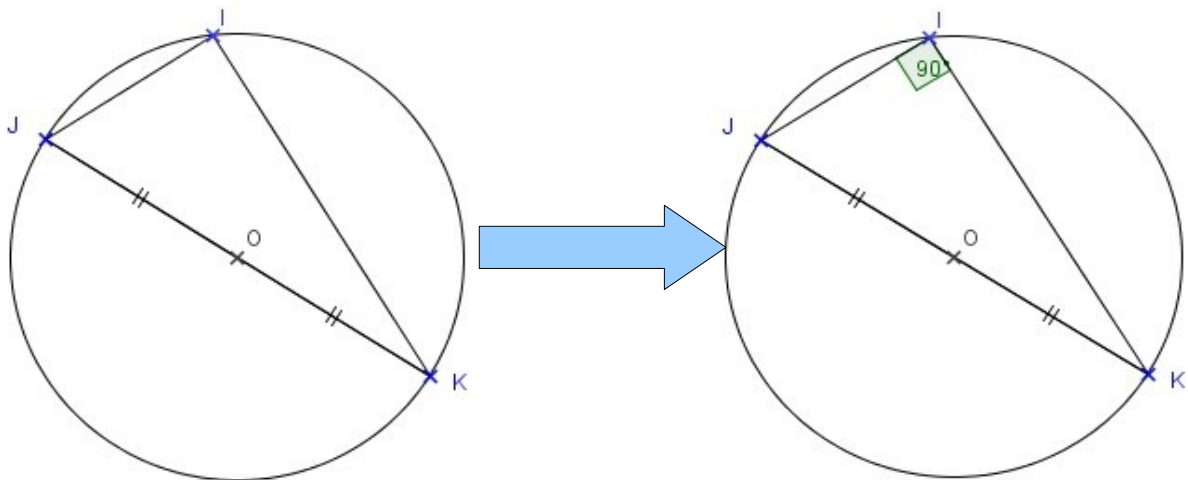
Exemple :

Données :

- * [JK] est un diamètre du cercle
- * I appartient au cercle

Conclusion :

- * Le triangle IJK est rectangle en I
([JK] est l'hypoténuse de ce triangle)



Pour obtenir la figure dynamique correspondant aux figures précédentes et pouvoir déplacer le point I sur le cercle , cliquer sur :

http://mangeard.maths.free.fr/Ecole/Quatri%E8mes/2008-2009/triangle_rectangle_cercle002.html

Conséquence :

Si le milieu d'un côté d'un triangle est à égale distance des trois sommets du triangle, alors ce triangle est rectangle

Remarque :

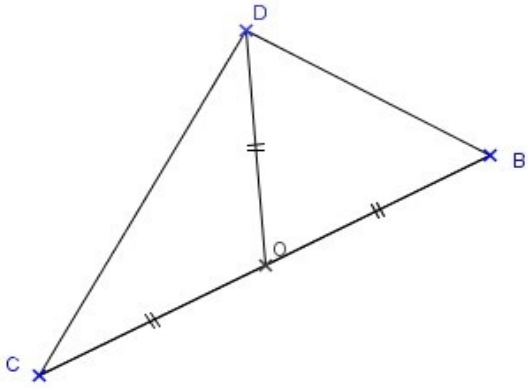
A la place « d'égale distance », on peut employer l'adjectif « équidistant »

Exemple :

Données :

$$OC = OD = OB$$

(c'est-à-dire O est équidistant de B , D et C)



Conclusion :

BDC est rectangle en D

