

3 remarques

Correction du DS commun N°5

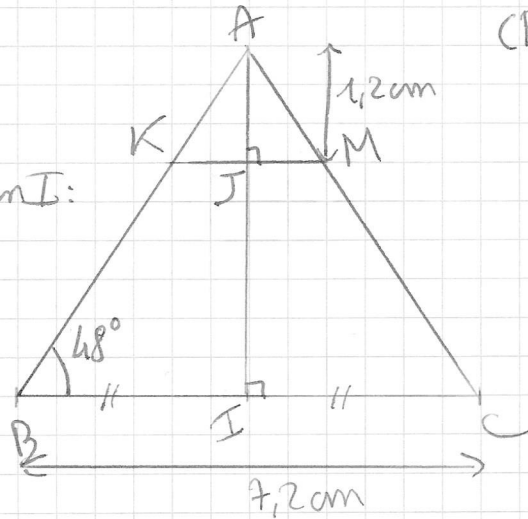
(Fait le 27/01/14)

Exercice ①:

1) Dans le triangle ABI , rectangle en I :

$$\tan \widehat{ABI} = \frac{AI}{BI}$$

$$\text{d'où: } \tan 48^\circ = \frac{AI}{3,6}$$



①

En utilisant le produit en croix:

$$\underline{AI = 3,6 \times \tan 48^\circ \simeq 4 \text{ cm}}$$

2) On sait que $(KI) \perp (AI)$ } or, si deux droites sont perpendiculaires
et $(BI) \perp (AI)$ } à une même troisième droite, alors ces 2
droites sont parallèles.

$$\text{D'où: } (KI) \parallel (BI)$$

$\widehat{AKI}$ et $\widehat{ABI}$ sont deux angles correspondants

Or, si deux droites sont parallèles coupées par une sécante
alors elles forment des angles correspondants égaux.

$$\text{D'où: } \widehat{AKI} = \widehat{ABI} = 48^\circ$$

On se place dans le triangle AKI , rectangle en I :

$$\sin \widehat{AKI} = \frac{AI}{AK} \quad \text{d'où } \sin 48^\circ = \frac{1,2}{AK}$$

$$\text{Donc } \underline{AK = \frac{1,2}{\sin 48^\circ} \simeq 1,6 \text{ cm}}$$

3) Dans le triangle ABI , on a:

$$\bullet K \in [AB]$$

$$\bullet I \in [AI]$$

$$\bullet (KI) \parallel (BI)$$

On peut appliquer le théorème de Thalès:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AK}{AB} = \frac{AI}{BI} = \frac{KI}{BI} \\ \text{D'où: } \frac{1,6}{AB} = \frac{1,2}{4} \end{array} \right.$$

$$\text{Donc: } \underline{AB = \frac{4 \times 1,6}{1,2} \simeq 5,3 \text{ cm}}$$

Exercice (2):

- 1) $AB = 115 \text{ cm}$
 $BC = 80 \text{ cm}$
 $AC = 140 \text{ cm}$

{AC} est le plus grand côté

$$AC^2 = 140^2 = 19600 \text{ d'une part}$$

$$\text{Et: } BC^2 + AB^2 = 80^2 + 115^2 = 6400 + 13225 = 19625$$

$$\text{On a: } AC^2 \neq BC^2 + AB^2$$

D'après la conséquence du théorème de Pythagore (= contraposée du théorème de Pythagore)
 le triangle ABC n'est pas rectangle.

- 2) Dans le triangle ACD, rectangle en D, on a:

$$\cos \widehat{ACD} = \frac{CD}{AC} \text{ d'où } \cos \widehat{ACD} = \frac{100}{140} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{5}{7}$$

$$\text{On a: } \widehat{ACD} = \cos^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) = 44^\circ \text{ (à la calculatrice).}$$

- 3) Dans le triangle CEF, on a:

- C, A, F alignés
- C, D, E alignés dans le même ordre

$$\text{D'autre part: } \frac{CA}{CF} = \frac{140}{CA+AF} = \frac{140}{140+28} = \frac{140}{168} = \frac{28 \times 5}{28 \times 6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{et } \frac{CD}{CE} = \frac{100}{CD+DE} = \frac{100}{100+20} = \frac{100}{120} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{5}{6}$$

$$\text{On a: } \frac{CA}{CF} = \frac{CD}{CE} \text{ - D'après la réciproque du théorème de Thalès:}$$

Les droites (AD) et (FE) sont parallèles.

Exercice (3):

- 1) Le nombre de sachets doit diviser le nombre de chocolats au chocolat et celui des chocolats aux amandes. On a bien 76 est un diviseur de 760

$$\text{car } 760 = 76 \times 10 \text{ or, } 1045 = 76 \times 13 + 57$$

76 ne divise pas 1045

Donc: Il ne peut pas faire 76 sachets

2) a) Pour faire le nombre maximal de sachets, on va calculer $\text{PGCD}(1045; 760)$ - En effet, ce nombre divise 760 et 1045 et c'est le plus grand vérifiant cette propriété. En utilisant l'algorithme d'Euclide.

a	b	reste
1045	760	285
760	285	190
285	190	(95)
190	95	0

$$1045 = 760 \times 1 + 285$$

$$760 = 285 \times 2 + 190$$

$$285 = 190 \times 1 + 95$$

$$190 = 95 \times 2 + 0$$

$\text{PGCD}(1045; 760) = 95$ car c'est le

dernier reste non-nul.

Il peut donc réaliser 95 sachets au maximum

b) Composition de chaque sachet : $1045 = 95 \times 11$

$$760 = 95 \times 8$$

chaque sachet contiendra 8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes

Exercice (4):

1) a) (10) $\xrightarrow{\text{étape (1)}} 10+1=11 \xrightarrow{\text{étape (2)}} 11^2=121 \xrightarrow{\text{étape (3)}} 121-100=21$

b) (-3) $\xrightarrow{\text{étape (1)}} -3+1=-2 \xrightarrow{\text{étape (2)}} (-2)^2=4 \xrightarrow{\text{étape (3)}} 4-(-3)^2=4-9=-5$ $\xrightarrow{\text{étape (4)}} 21-4=20$

c) (1,5) $\xrightarrow{\text{étape (1)}} 1,5+1=2,5 \xrightarrow{\text{étape (2)}} (2,5)^2=6,25 \xrightarrow{\text{étape (3)}} 6,25-1,5^2=4 \xrightarrow{\text{étape (4)}} 4-1=3$

2) Conjecture: Il semblerait qu'à l'issue des 4 étapes de ce programme de calcul, on obtienne le double du nombre initial.

Soit x le nombre de départ.

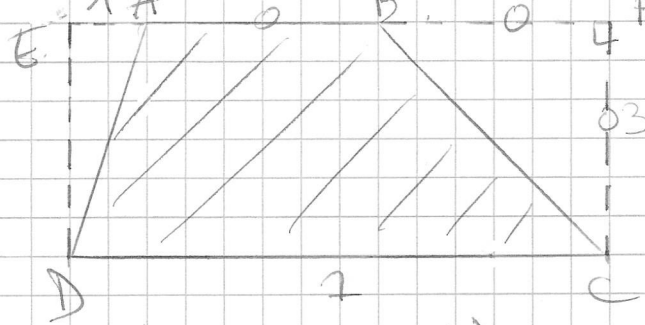
(x) $\xrightarrow{\text{étape (1)}} x+1 \xrightarrow{\text{étape (2)}} (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \xrightarrow{\text{étape (3)}} x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$ $\xrightarrow{\text{étape (4)}} 2x + 1 - 1 = 2x$

Le nombre final est bien le double du nombre initial

Exercice 5:

(4)

1) a) $Aire(ABCD) = ?$



$$Aire(ABCD) = Aire(EDCP) - (Aire(AED) + Aire(BFC))$$

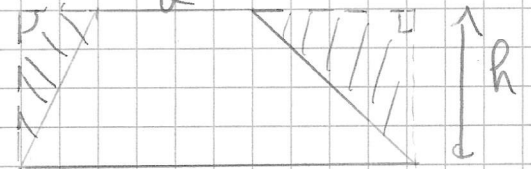
$$b) = 7 \times 3 - \left(\frac{AE \times ED}{2} + \frac{BF \times FC}{2} \right)$$

$$= 21 - \frac{1 \times 3}{2} - \frac{3 \times 3}{2} = 21 - \frac{3}{2} - \frac{9}{2} = \frac{42 - 12}{2}$$

$$Aire(ABCD) = 15 \text{ cm}^2$$

2) $Aire(\text{Rectangle}) = B \times R$

$$Aire(2 \text{ triangles rectangles}) = \frac{(B-b) \times R}{2}$$



$$\text{Donc } Aire(\text{Trapeze}) = Aire(\text{Rectangle}) - Aire(2 \text{ triangles rectangles})$$

$$= BR - \frac{(B-b) \times R}{2} = \frac{2BR}{2} - \frac{BR}{2} + \frac{bR}{2}$$

$$Aire(\text{Trapeze}) = \frac{BR}{2} + \frac{bR}{2} = \frac{(B+b) \times R}{2}$$

Exercice 6:

1) chaque question est notée 4 points. Cindy ayant eu 12, elle a 3 réponses justes et donc 2 réponses fausses.

$$A(x) = (-2x+1) \times (3x-4)$$

$$= -6x^2 + 8x + 3x - 4$$

$$= -6x^2 + 11x - 4 \text{ (Réponse exacte)}$$

$$B(x) = (2x-5)^2$$

$$= 4x^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2$$

$$= 4x^2 - 20x + 25 \text{ (Réponse fautive)}$$

$$C(x) = (-3x+7)^2 = (7-3x)^2$$

$$= 49 - 2 \times 7 \times 3x + (3x)^2$$

$$= 9x^2 - 42x + 49 \text{ (Réponse fautive)}$$

$$D(x) = (x-2)^2 + 3(x-2)$$

$$= (x-2)(x-2+3)$$

$$= (x-2)(x+1) \text{ (Réponse exacte)}$$

$$E(x) = (x-1)(-2x+4) + (x-1)(x-5)$$

$$= (x-1)(-2x+4+x-5)$$

$$= (x-1)(-x-1) \text{ (Réponse exacte)}$$

Exercice (4)

(5)

1) $(x+1)^2 - 9 = (x-2)(x+4)$ Réponse (a)

2) $5^n \times 5^m = 5^{n+m}$ Réponse (b)

3) $\frac{7}{3} - \frac{4}{3} : \frac{5}{2} = \frac{27}{15}$ Réponse (c)

4) 63 et 44 sont premiers entiers - Réponse (b)

5) $1,52 \times 10^3$ est l'écriture scientifique d'un nombre - Réponse (c)