NOM : **Prénom :**

1ères S1,2,3 et 4 Mardi 16 mai 2017

- EXAMEN DE MATHEMATIQUES-

Durée : 3 heures – Calculatrice autorisée. Le barème est sur 40 points.

Le soin, la rédaction et la rigueur seront pris en compte dans l'évaluation

RENDRE LE SUJET AVEC LA COPIE

Exercice 1 : *(20 points)* ***Les questions suivantes sont indépendantes*** (les traiter dans l'ordre).

On se place dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}, \vec{j}$).

1) Résoudre : $\frac{3}{x} \leq x+2$

2) Déterminer le point d'intersection des droites (d1) : $y = \frac{x}{4} + 8$ et (d2) : $3x + 2y + 12 = 0$.

3) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe Cf en a = -1, avec $f(x) = -x^2 + x + 4$.

4) Déterminer les extrémums locaux de la fonction : $f(x) = \frac{-3x}{1+x^2}$

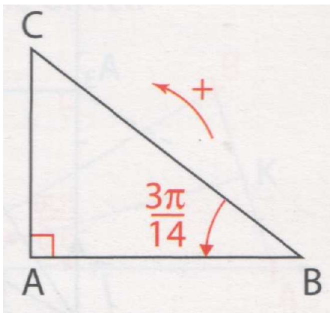
5) On donne A (-2 ;-1), B (0 ;4) et M (x ; 0).
Pour quelle valeur de x les points A, B et M sont-ils alignés ?

6) Résoudre l'équation : sin x = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur [-π ; π [.

7) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par les points A (2 ; 3) et B (-1 ; 1).

8) Exprimer $\sin(x+\pi) + \sin(-x) - \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ en fonction de $\sin x$.

9) ABC est un triangle rectangle en A tel que : $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{3\pi}{14}$ rad.
Déterminer la mesure principale des angles $(\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA})$ et $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{CB})$.



10) Calculer S = 2 + 10 + 50 + 250 + ….. + 31 250.

11) POUR LES CLASSES 1S1, S2 et S4 UNIQUEMENT
Déterminer l'équation développée du cercle de diamètre [EF] avec E (-2 ;-1) et F (3 ;-5).

11 bis) POUR LA CLASSE 1S3 UNIQUEMENT

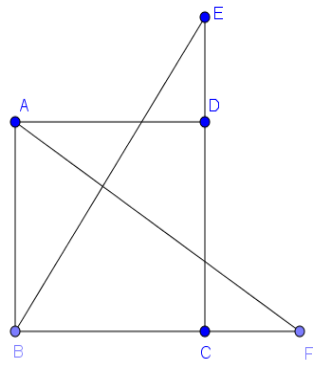
Soit (U_n) la suite définie sur N* par $u_n = \frac{3n}{5^n}$. Déterminer le sens de variation de cette suite.

Exercice 2 : (*3 points*)

ABCD est un carré de côté 1.
On construit les points E et F tels que :

$\overrightarrow{CE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

Calculer $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BE}$. Que peut-on en déduire ?



Exercice 3 : (*5 points*)

Dans un repère $(O\,,\ \vec{\imath}\,,\ \vec{\jmath})$, on donne les points :

A(-2 ; -2), B(4 ; -3) et C($\frac{3}{2}$; 2)

1) Construire le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. On laissera visibles les traits de construction.

2) Soit P le point tel que $3\,\overrightarrow{PB} + 2\,\overrightarrow{PC} = \vec{0}$

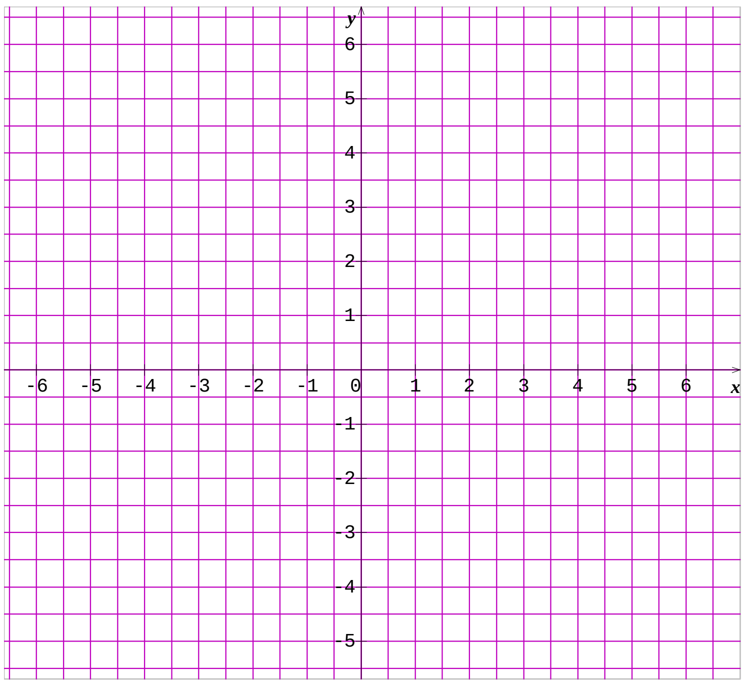
   a. Montrer que $\overrightarrow{BP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

   b. Placer P.

   c. Que peut-on conjecturer pour les points A, N et P ?

3) Calculer les coordonnées des points N et P. Toutes les justifications devront apparaître sur votre copie.

4) Démontrer votre conjecture du 2. c).



<u>Exercice 4</u> : *(7 points)*

Dans une ville, un service périscolaire comptabilise 150 élèves inscrits en Septembre 2014. On admet que, chaque année, 80 % des élèves inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 40 nouveaux élèves inscrits. La capacité d'accueil du périscolaire est de 190 élèves maximum.

On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au périscolaire en Septembre de l'année $2014 + n$ avec n un nombre entier naturel.
On a donc $u_0 = 150$.

1) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au périscolaire en Septembre 2015.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout n entier naturel en justifiant.

3) On donne l'algorithme suivant :

<u>Initialisation</u>
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 150

<u>Traitement</u>
Tant que $U \leq 190$
    U prend la valeur $0{,}8U + 40$
    n prend la valeur $n + 1$
Fin Tant que

<u>Sortie</u> Afficher le nombre $2014 + n$

a) Recopier et compléter le tableau suivant par autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme. Arrondir les résultats au centième.

Valeur de n	0	1	2	…
Valeur de U	150			
Condition $U \leq 190$	Vraie			

b) En déduire l'affichage obtenu en sortie de l'algorithme et interpréter ce résultat.

4) On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 200$

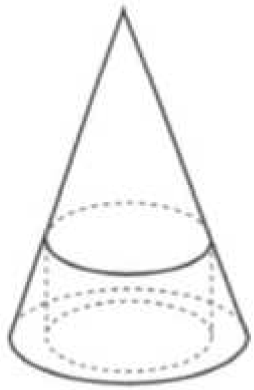
a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer v_n en fonction de n.
En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 200 - 50 \times 0{,}8^n$.

c)A partir de quelle année la directrice du périscolaire sera-t-elle obligée de refuser des inscriptions faute de places disponibles ? Justifier.

<u>Exercice 5</u> : *(5 points)*

Un cylindre de révolution de rayon x cm est inscrit dans un cône de rayon 10 cm et de hauteur 30 cm.



1) Démontrer que le volume de ce cylindre, exprimé en cm^3, est donné par la formule suivante :

$$V(x) = 30\pi x^2\left(1-\frac{x}{10}\right) \text{ où } 0 \leq x \leq 10.$$

2) Déterminer x pour que le volume du cylindre soit maximal.