NOM : ……………………………………… Prénom : ………………………………………

CORRIGÉ   Fait le

Première S4	**Contrôle sur la dérivation**	Mardi 07 février 2017

- Calculatrice autorisée
- Durée : pas longtemps !

Observations : g est définie si et seulement si $7x-5 \neq 0$

d'où $D_g = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{7}\right\}$ g est dérivable partout où elle est définie.

$u(x) = 2x+3$ $\quad u'(x) = 2$ $\quad$ On a $g' = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$v(x) = 7x-5$ $\quad v'(x) = 7$

$$g'(x) = \frac{2(7x-5) - 7(2x+3)}{(7x-5)^2} = \frac{-10-21}{(7x-5)^2} = \boxed{\frac{-31}{(7x-5)^2}}$$

NOTE :

1) Calculer f '(-2) de deux manières différentes sachant que f(x) = 3x³ + 2x – 1 $\quad f(-2) = 3(-2)^3 + 2\times(-2) - 1 = -29$

$\underline{1^{ère}\text{ méthode}}$: Soit $h \neq 0$	$\tau(h) = \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \frac{3h^3 - 18h^2 + 38h}{h}$
$\tau(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$, $a = -2$	$= \frac{\cancel{h}(3h^2 - 18h + 38)}{\cancel{h}} = 3h^2 - 18h + 38$
$f(-2+h) = f(h-2) = 3(h-2)^3 + 2(h-2) - 1$	$\tau(h)$ a une limite finie quand $h \to 0$
$= 3(h-2)^2 \times (h-2) + 2h - 4 - 1$	donc f est dérivable en -2
$= 3(h^2 - 4h + 4)(h-2) + 2h - 5$	et $\lim\limits_{h\to 0} \tau(h) = \lim\limits_{h \to 0}(3h^2 - 18h + 38) = \boxed{38 = f'(-2)}$
$= 3(h^3 - 2h^2 - 4h^2 + 8h + 4h - 8) + 2h - 5$	$\underline{2^{ième}\text{ méthode}}$: f est dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est une fonction polynôme.
$= 3h^3 - 18h^2 + 36h + 2h - 24 - 5$	$f'(x) = 3 \times 3x^2 + 2 = 9x^2 + 2$
$= 3h^3 - 18h^2 + 38h - 29$	et $f'(-2) = 9 \times (-2)^2 + 2 = 36 + 2 = \boxed{38}$

2) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 3 sachant que g(x) = 3 $\sqrt{x}$ + $\frac{5}{x}$

g dérivable sur $]0;+\infty[$ car $x \mapsto \sqrt{x}$ dérivable sur $]0;+\infty[$ et $x \mapsto \frac{5}{x}$ dérivable sur $\mathbb{R}^*$

$$g'(x) = 3 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{5}{x^2} = \frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{5}{x^2} \quad \text{d'où } g'(3) = \frac{3}{2\sqrt{3}} - \frac{5}{9} = \frac{27 - 10\sqrt{3}}{18\sqrt{3}} = \frac{27\sqrt{3} - 30}{54}$$

$$(T_3) : y = g'(3)(x-3) + g(3) \qquad g(3) = 3\sqrt{3} + \frac{5}{3}$$

$$\boxed{y = \frac{27\sqrt{3} - 30}{54}(x-3) + 3\sqrt{3} + \frac{5}{3}}$$

3) Calculer les dérivées des fonctions suivantes après avoir étudié leur domaine de dérivabilité :

a) f(x) = (5x² + 3)(2x³ + 4x – 7)	b) g(x) = $\frac{2x+3}{7x-5}$

a) f dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est une fonction polynôme.

$f(x) = 10x^5 + 20x^3 - 35x^2 + 6x^3 + 12x - 21 = 10x^5 + 26x^3 - 35x^2 + 12x - 21$

$f'(x) = 10 \times 5x^4 + 26 \times 3x^2 - 35 \times 2x + 12 = \underline{50x^4 + 78x^2 - 70x + 12}$

b) voir dans le cadre d'observations.