

1ère S4

Canonique du DS (1) (Fait le 21/09/16)

Exercice (1): (1/4)

(1)

$$(E): 2x^2 + 6x - 1 = 0 \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = 6 \\ c = -1 \end{cases}$$

Calcul de Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 6^2 - 4 \times 2 \times (-1)$$

$$= 36 + 8 = 44 > 0 \text{ d'où l'équation admet deux solutions distinctes.}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 + \sqrt{44}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-6 + \sqrt{4 \times 11}}{4} = \frac{-6 + 2\sqrt{11}}{4} = \frac{-3 + \sqrt{11}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - \sqrt{44}}{2 \times 2} = \frac{-6 - \sqrt{4 \times 11}}{4} = \frac{-6 - 2\sqrt{11}}{4} = \frac{-3 - \sqrt{11}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-3 + \sqrt{11}}{2}; \frac{-3 - \sqrt{11}}{2} \right\}$$

Exercice (2): (1/8)

$$f(x) = x^2 + 3x - 10 \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -10 \end{cases}$$

1) S: sommet de la parabole $S(\alpha; \beta)$ où $\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-3}{2 \times 1} = -\frac{3}{2}$

et $\beta = f(\alpha) = f(-\frac{3}{2}) = (-\frac{3}{2})^2 + 3 \times (-\frac{3}{2}) - 10$

$$= \frac{9}{4} - \frac{9}{2} - 10 = \frac{9}{4} - \frac{18}{4} - \frac{40}{4} = -\frac{49}{4}$$

(1/5)

Donc S a pour coordonnées $(-\frac{3}{2}; -\frac{49}{4})$

Or, la forme canonique de f est $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

$$\text{D'où } f(x) = 1 \times (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{49}{4}$$

(1/5)

$$= (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{49}{4}$$

2) A est le point d'intersection de la parabole avec l'axe des ordonnées

d'où $x_A = 0$ alors A a pour coordonnées $(0; f(0))$

(2) or, $f(0) = 0^2 + 3 \times 0 - 10 = -10$ Donc A $(0; -10)$

$$3) f(x)=0 \Leftrightarrow x^2+3x-10=0 \quad \begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ c=-10 \end{cases} \quad (2)$$

② Calcul de Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times (-10)$$

$$= 49 > 0 \quad \text{d'où l'équation admet 2 solutions}$$

réelles distinctes.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 7}{2 \times 1} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{d'où } S = \{2; -5\}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 7}{2 \times 1} = \frac{-10}{2} = -5$$

Or, B et C sont les points d'intersection de la parabole représentant f avec l'axe des abscisses.

Or x_B et x_C sont les antécédents de 0 par f .

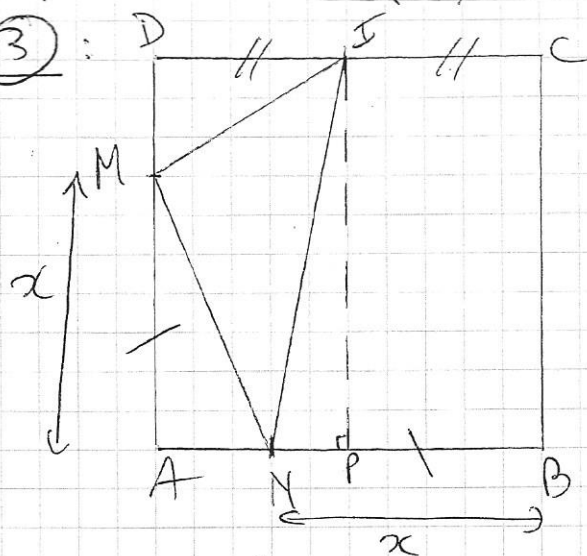
D'après la résolution de $f(x)=0$, $x_B = -5$ et $x_C = 2$.

Comme B et C sont situés sur l'axe des abscisses, $y_B = y_C = 0$.

Par conséquent: B(-5; 0) et C(2; 0) ①

Exercice ③:

⑥



ABCD: carré de côté 10 cm

I milieu de [DC]

$$AM = BN = x$$

$$1) \text{Aire}(\triangle DIM) = \frac{DI \times DM}{2} \quad (\text{car c'est un triangle rectangle en D}).$$

$$= \frac{5 \times (10 - x)}{2} \quad (2)$$

$$2) \text{Aire}(\triangle AMN) = \frac{AM \times AN}{2} \quad (\text{triangle rectangle en A}).$$

$$= \frac{x \times (10 - x)}{2} \quad (2)$$

$$3) \text{Aire}(\triangle ICBN) = \frac{\text{petite base} + \text{grande base}}{2} \times \text{hauteur}$$

$$= \frac{IC + NB}{2} \times BC = \frac{5 + x}{2} \times 10 = \frac{10 \times (5 + x)}{2} = \frac{5 \times (5 + x)}{1} \quad (1)$$

Remarque: Si on ne connaît pas la formule donnant l'aire du triangle ICBN on peut considérer le point P, projeté orthogonal de I sur [NB]

$$\text{d'où: Aire}(\triangle ICBN) = \text{Aire}(\triangle IPN) + \text{Aire}(\triangle IBP)$$

IPN triangle rectangle en P: $Aire(IPN) = \frac{NP \times PI}{2} = \frac{(x-5) \times 10}{2}$ (3)

ICBP: rectangle: $Aire(ICBP) = IC \times CB$
 $= 5 \times (x-5)$

D'au: $Aire(ICBN) = 5(x-5) + 5 \times 10$
 $= 5(x-5+10) = \boxed{5(x+5)}$

4) $Aire(IMN) = Aire(ABCD) - (Aire(DIM) + Aire(AMN) + Aire(ICBN))$
 $= 100 - \left(\frac{5(10-x)}{2} + \frac{x(10-x)}{2} + 5(5+x) \right)$
 $= \frac{200}{2} - \left(\frac{50-5x+10x-x^2+50+10x}{2} \right)$
 $= \frac{100-15x+x^2}{2}$ (1)

$Aire(IMN) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{15}{2}x + 50$

5) (BONUS): $a = \frac{1}{2} > 0$, d'au $Aire(IMN)$ est decroissante, puis croissante. Elle atteint son minimum en $x = -\frac{b}{2a} = \frac{\frac{15}{2}}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{15}{2}$
 et ce minimum vaut $\beta = \frac{1}{2} \times \left(\frac{15}{2}\right)^2 - \frac{15}{2} \times \frac{15}{2} + 50$ (12)
 $= \frac{15^2}{8} - \frac{15^2}{4} + 50$
 $= -\frac{15^2}{8} + \frac{400}{8} = \frac{400-225}{8} = \frac{175}{8}$

Il suffit juste de placer M a 7,5 cm de A sur [AD] pour avoir IMN d'aire minimale.

Exercice (4): (2)

Soit x : la somme a rembourser chaque mois (proposition des parents).

Si on note y : le nombre de mois nécessaires pour effectuer le remboursement

On a: $x \times y = 180$

Proposition de Florian: $(x-2) \times (y+3) = 180$

On a $y = \frac{180}{x}$ D'au $(x-2) \times \left(\frac{180}{x} + 3\right) = 180$

$$\Leftrightarrow 180 + 3x - \frac{360}{x} - 6 = 180$$

$$\Leftrightarrow 3x - \frac{360}{x} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2 - 360 - 6x}{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 360 = 0$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = -360 \end{cases}$$

calcul de Δ : $\Delta = b^2 - 4ac$

$$= (-6)^2 - 4 \times 3 \times (-360)$$

$$= 36 + 12 \times 360$$

$$= 36 + 4320 = 4356 > 0$$

D'où l'équation admet 2 solutions réelles distinctes.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 + \sqrt{4356}}{6} = \frac{6 + 66}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 - \sqrt{4356}}{6} = \frac{6 - 66}{6} = \frac{-60}{6} = -10$$

On ne peut pas retenir x_2 car $x > 0$ (c'est la somme mensuelle

Donc: Les parents de Florian lui proposent de rembourser ^{se rembourser} 12 €/mois

Vérification: $12 \times 15 = 180$ (12 €/mois pendant 15 mois)

$10 \times 18 = 180$ (10 €/mois pendant 18 mois
= 15 mois + 3 mois)