

Devoir surveillé de MATHÉMATIQUES

NOM :

PRENOM :

- Calculatrice autorisée- Rendre le sujet**Exercice n° 1 : (13 points)**

1. On considère la suite (U) définie par $U_n = n^2 + 2n - 5$ pour tout n

a. Calculer U_0 , U_1 et U_2

b. Déterminer les expressions suivantes en fonction de n . (on donnera une forme développée et réduite) :

$$U_{n+1} ; U_{2n} ; U_n + 1$$

2. On considère la suite (W_n) définie par :
$$\begin{cases} W_0 = 9 \\ W_{n+1} = 2W_n - 5 \end{cases}$$

a. Déterminer les premiers termes : W_1 , W_2 et W_3

b. Exprimer W_{n+2} en fonction de W_n

3. On considère la suite (X_n) définie par : $X_n = 4 \times 2^n + 5$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a. Calculer X_0 , X_1 et X_2

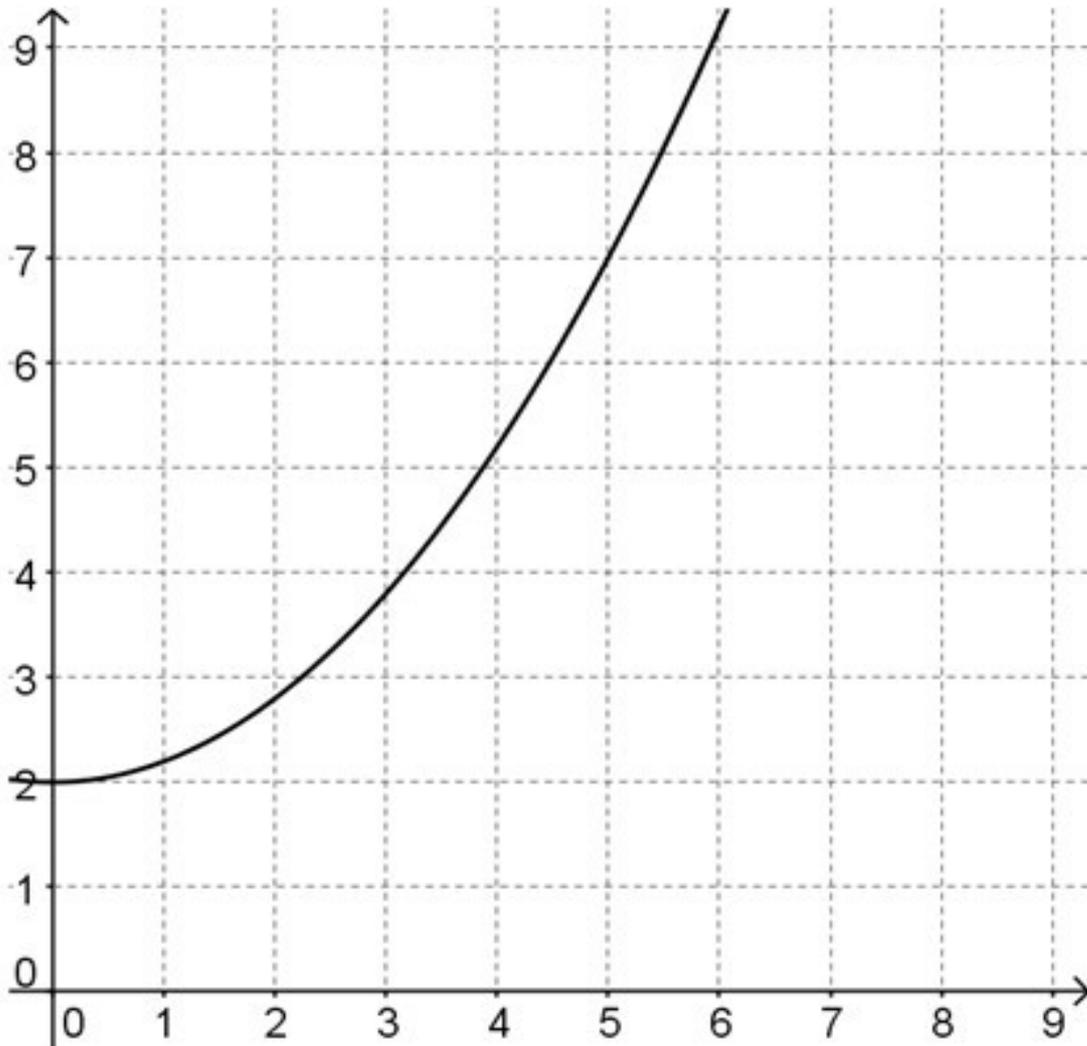
b. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $X_{n+1} = 2X_n - 5$

Exercice n° 2 : (4 points)

On a représenté ci-dessous la courbe de la fonction f définie par $f(x) = 0,2x^2 + 2$ sur $[0 ; + \infty [$

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et la relation de récurrence $U_{n+1} = 0,2U_n^2 + 2$

Construire ci-dessous les premiers termes de cette suite $(U_0, U_1, U_2, U_3, U_4$ et $U_5)$. On fera apparaître si possible les termes sur les deux axes et on laissera les traits de construction.



Exercice n° 3 : (4 points) (A faire directement sur le sujet)

Variables

u, p : nombres réels

Entrée

Saisir u

Initialisation

p prend la valeur 1

Traitement

Tantque $u \neq 1$

Si u est pair alors

u prend la valeur $\frac{u}{2}$

 sinon

u prend la valeur $3u + 1$

FinSi

p prend la valeur $p + 1$

FinTantQue

Sortie

Afficher p

1. Exécuter cet algorithme pour $u = 12$

u														
p														

2. Valeur affichée :

Exercice 4 : (7 points)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = 3 - \sqrt{2n+5}$

- 1) Montrer soigneusement que u_n est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$
- 2) Calculer en valeurs exactes u_0 , u_1 et u_2

Etude des variations de (u_n) de deux manières différentes :

3) *Méthode 1 :* On sait que $u_n = f(n)$ avec f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 3 - \sqrt{2x+5}$

- a) Etudier les variations de f sur $[0; +\infty[$ en justifiant
- b) En déduire les variations de (u_n)

4) *Méthode 2 :*

- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \frac{-2}{\sqrt{2n+5} + \sqrt{2n+7}}$
- b) En déduire les variations de (u_n) en justifiant

Exercice 5 : (4 points)(A faire directement sur le sujet)

Soit (u_n) une suite telles que :

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \frac{1}{n^2} + 5$

- 1) A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant
(On arrondira les valeurs à 10^{-4} près) :

n	u_n
5	
6	
10	
15	
20	
30	
50	

- 2) Compléter la phrase suivante :

« Plus n augmente, plus u_n semble s'approcher de la valeur..... »

Exercice 6 : (3 points)(A faire directement sur le sujet)

On considère l'algorithme suivant :

Variables u : nombre réel i, n : entiers naturels Début u prend la valeur - 2 Saisir n Pour i allant de 1 à n Faire u prend la valeur $6u - 5$ FinPour Afficher u Fin	Réponse:
---	-----------------

- 1) Faire fonctionner cet algorithme pour $n = 4$ et compléter le tableau suivant :

i	1	2	3	4
u				

- 2) Que fait cet algorithme ?(Faire une phrase):
-

(BONUS) 3) Dans le cadre réponse ci-dessus, réécrire l'algorithme précédent pour qu'il affiche la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (u_n)