NOM : .... CORRIGE

Première S4	**Contrôle n°1 : Second degré** *Trinômes/Équations du second degré*	14/09/15

– Calculatrice interdite
– Durée : 45 min

Total /20

Exercice 1 : /4

Déterminer en justifiant la forme canonique des trinômes dont les expressions en fonction de x sont données par :

$f(x) = - x^2 + 7x - 1$	$g(x) = (2 - x)(x - 3)$
$= -(x^2 - 7x) - 1$ $= -\left[\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}\right] - 1$ $= -\left[\left(x - \frac{7}{2}\right)^2\right] + \frac{49}{4} - \frac{4}{4}$ $= -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{45}{4}$	$= 2x - 6 - x^2 + 3x$ $= -x^2 + 5x - 6$ $= -[(x^2 - 5x)] - 6$ $= -\left\{\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}\right\} - 6$ $= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} - \frac{24}{4} = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$

2 2

Exercice 2 : /3

Soit $f(x) = 3x^2 - x + 4$

1) Calculer les coordonnées du point S, sommet de la parabole représentant f

1

$\begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = 4 \end{cases}$ $S(\alpha ; \beta)$ avec $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{6}$

$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{1}{6}\right)$
$= 3\left(\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{6} + 4$
$= \frac{1}{12} - \frac{2}{12} + \frac{48}{12} = \frac{47}{12}$

donc $S\left(\frac{1}{6} ; \frac{47}{12}\right)$

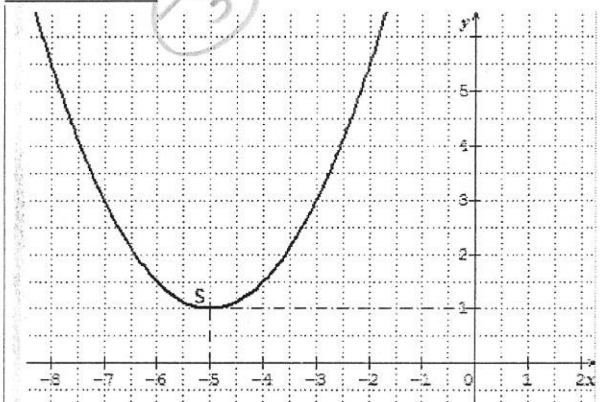
2) En déduire les variations de f

$a = 3 > 0$ d'où f est d'abord décroissante, puis croissante.

2

x	$-\infty$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$
variations de f	↘	$\frac{47}{12}$	↗

Exercice 3 : /3



On a représenté ci-dessus un trinôme f dans un repère orthogonal du plan :

En justifiant toute la démarche, déterminer l'expression développée et réduite de f :

$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ (forme canonique)

ici, $\begin{cases} \alpha = -5 \\ \beta = 1 \end{cases}$

d'où $f(x) = a(x+5)^2 + 1$.

Or, $f(-3) = 3 \iff a(-3+5)^2 + 1 = 3$
$\iff 4a + 1 = 3$
$\iff a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

D'où $f(x) = \frac{1}{2}(x+5)^2 + 1 = \frac{1}{2}(x^2 + 25 + 10x) + 1$

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x + \frac{27}{2}$.

Exercice 4 : /3

Soit $f(x) = -x^2 - 10x - 24$

1) Factoriser la forme canonique de f

$f(x) = -(x^2+10x)-24$

$= -\{(x+5)^2-25\}-24$

1,5 $= -(x+5)^2+1 = 1-(x+5)^2 = (1+x+5)(1-x-5)$

$= (x+6)(-x-4)$

2) En déduire les antécédents de 0 par f

x antécédent de 0 par $f \iff f(x)=0 \iff (x+6)(-x-4)=0$

$\iff x+6=0$ ou $-x-4=0$

1,5 $\iff x=-6$ ou $x=-4$

-6 et -4 sont les antécédents de 0 par f

Exercice 5 : /5

Résoudre les équations suivantes :

1) $4x^2 - 4x + 1 = 0$	2) $2x^2 + 4x = 30$	3) $-7 + x = x^2$
$\begin{cases} a=4 \\ b=-4 \\ c=1 \end{cases}$ calcul de Δ : $\Delta = b^2-4ac$ $= 16-4\times4\times1$ $=0$ d'où l'équation admet une seule solution $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\boxed{S=\left\{\frac{1}{2}\right\}}$	$\iff 2x^2+4x-30=0$ $\begin{cases} a=2 \\ b=4 \\ c=-30 \end{cases}$ calcul de Δ : $\Delta = b^2-4ac$ $=16-4\times2\times(-30)$ $=256>0$ d'où l'équation admet 2 solutions distinctes : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+16}{4} = 3$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-16}{4} = -5$	$\iff x^2-x+7=0$ $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=7 \end{cases}$ calcul de Δ : $\Delta = b^2-4ac$ $=1-4\times7<0$ D'où l'équation n'admet pas de solution réelle. $S=\emptyset$

2 2 1

(Rque : On pouvait remarquer que $4x^2-4x+1=(2x-1)^2$)

Donc $\boxed{S=\{-5;3\}}$

Exercice 6 : /2

Déterminer en justifiant le maximum du trinôme p défini par $p(x) = (1 - x)(2x + 5)$

$p(x) = 2x+5-2x^2-5x$

$= -2x^2-3x+5$ $\begin{cases} a=-2<0, \text{ d'où } p \text{ est croissante, puis décroissante} \\ b=-3 \\ c=5 \end{cases}$

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$ $\quad \beta = p(\alpha) = p\left(-\frac{3}{4}\right) = -2\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2-3\times\left(-\frac{3}{4}\right)+5$

$= -2\times\frac{9}{16}+\frac{9}{4}+5$

$= -\frac{9}{8}+\frac{18}{8}+\frac{40}{8}$

$= \frac{49}{8}$.

compte-tenu des variations de p, $\underset{\frac{49}{8}}{\beta}$ est le maximum de p sur $\mathbb{R}$ atteint pour $x=-\frac{3}{4}$