CORRIGÉ

Première S4	du **Contrôle sur les probabilités** fait le *Variables aléatoires, Espérance*	Jeudi 17 décembre 2015

- Calculatrices autorisées

Observations :

NOTE :

Question 1 : /3

On considère deux événements A et B incompatibles tels que P(A) = 0,47 et P(AUB) = 0,82.

Calculer P(B) et $P(\overline{B})$ en justifiant. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Or, A et B sont incompatibles, d'où $A \cap B = \emptyset$ d'où $P(A \cap B) = 0$ (1)

Donc : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \iff 0{,}82 = 0{,}47 + P(B)$ (1)

$\iff P(B) = 0{,}82 - 0{,}47 = \underline{0{,}35}$. De plus, $P(B) + P(\overline{B}) = 1$

$\iff P(\overline{B}) = 1 - 0{,}35 = \underline{0{,}65}$ (1)

Question 2 : /3

On considère la loi de probabilité d'une variable aléatoire X correspondant au gain algébrique à un jeu :

x_i	-2	- 6	1	a
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$

Calculer a pour que le jeu soit équitable en justifiant :

$E(X) = -2 \times \frac{1}{7} - 6 \times \frac{2}{7} + 1 \times \frac{3}{7} + a \times \frac{1}{7}$

(1) $= -\frac{11}{7} + \frac{a}{7}$

Jeu équitable $\iff E(X) = 0$ (1)

$\iff -\frac{11}{7} + \frac{a}{7} = 0$

$\iff \frac{a}{7} = \frac{11}{7}$

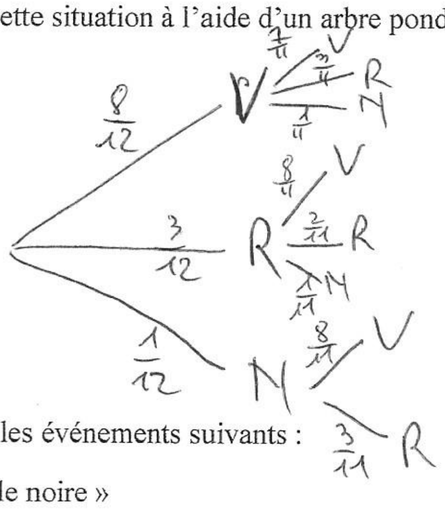
$\iff \boxed{a = 11}$ (1)

Exercice 1 : /8

Une urne contient 8 boules vertes, 3 boules rouges et une boule noire toutes indiscernables au toucher.

On prélève de cette urne 2 boules successivement et sans remise.

1) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré 2/2



2) On considère les événements suivants :

A : « Obtenir une boule noire »

B : « N'obtenir que des boules vertes »

C : « Obtenir au moins une boule rouge »

3,5 (=3+1)

a) Calculer P(A), P(B) et P(C)

$P(A) = \frac{8}{12}\times\frac{1}{11} + \frac{3}{12}\times\frac{1}{11} + \frac{1}{12}$

1 $= \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \boxed{\frac{1}{6}}$

$P(B) = \frac{8}{12}\times\frac{7}{11}$

$= \frac{2}{3}\times\frac{7}{11} = \boxed{\frac{14}{33}}$ 1

1,5

b) Calculer P(A∩C)

P(A∩C) = P("obtenir une boule noire" et "obtenir au moins une boule rouge")

= P("obtenir une boule noire et une boule rouge")

$= \frac{3}{12}\times\frac{1}{11} + \frac{1}{12}\times\frac{3}{11} = \frac{1}{4}\times\frac{1}{11} + \frac{1}{4}\times\frac{1}{11}$

$= \boxed{\frac{1}{22}}$

$P(C) = \frac{8}{12}\times\frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12}\times\frac{3}{11}$

$= \frac{2}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{11} + \frac{1}{4} + \frac{1}{44}$

$= \frac{8}{44} + \frac{11}{44} + \frac{1}{44} = \frac{20}{44}$

1 $= \boxed{\frac{5}{11}}$

1,5

c) Calculer $P(\overline{B})$

$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{14}{33}$

$= \boxed{\frac{19}{33}}$

Exercice 2 : 6

A la sortie d'une parfumerie, on distribue au hasard 150 bons d'achats.

Parmi ces derniers :

- 5 donnent droit à 20 € de réduction
- 10 donnent droit à 10 € de réduction
- 40 donnent droit à 5 € de réduction
- Ceux qui restent donnent droit à 2 € de réduction

Soit X la variable aléatoire qui donne le montant de la réduction offerte pour un bon d'achat donné.

1) Donner la loi de probabilité de X

x_i	20	10	5	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{19}{30}$

$P(X=20) = \frac{5}{150} = \frac{1}{30}$

$P(X=10) = \frac{10}{150} = \frac{1}{15}$

$P(X=5) = \frac{40}{150} = \frac{4}{15}$

$P(X=2) = \frac{150-55}{150}$

$= \frac{95}{150}$

$= \frac{\cancel{5}\times 19}{\cancel{5}\times 30}$

$= \frac{19}{30}$

2) Calculer E(X)

$E(X) = 20\times\frac{1}{30} + 10\times\frac{1}{15} + 5\times\frac{4}{15} + 2\times\frac{19}{30}$

$= \frac{10}{15} + \frac{10}{15} + \frac{20}{15} + \frac{19}{15}$

$= \boxed{\frac{59}{15}}$