Premières S4	**EXAMEN de Mathématiques**	21/05/15

– Durée : 3 heures
– Calculatrices autorisées
– **Le sujet est à rendre impérativement avec la copie**

La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements seront prises en compte dans la notation.

Professeur :

Mr Mangeard

Le total est sur 21 points

QCM : (5 pts) Pour chaque question, entourer la réponse qui convient ***directement sur le sujet.***
Aucune justification n'est demandée

ATTENTION au barème :

- Une bonne réponse rapporte un demi-point
- Une mauvaise réponse fait perdre un demi-point
- Pas de réponse : aucun point

1) Soit $f(x) = -3x^2 + 5x - 1$ L'abscisse du sommet de la parabole représentant f est :	A) $\frac{13}{12}$	B) $-\frac{5}{6}$	C) $\frac{25}{30}$
2) A(2;5) et B(3;-4) dans un repère orthonormal du plan. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation cartésienne :	A) $-9x + y = 0$	B) $9x + y = 0$	C) $x - 9y = 0$
3) (u_n) est une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = -\frac{2}{3}n + 5$	A) (u_n) est arithmétique	B) (u_n) est géométrique	C) (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique
4) La somme des 100 premiers entiers naturels vaut :	A) 5 050	B) 5550	C) 5 450
5) L'angle orienté de vecteurs $(-\vec{u}, 3\vec{v})$ est égal modulo 2π à :	A) $(\vec{u}, \vec{v})$	B) $(\vec{u}, \vec{v}) + \pi$	C) $(\vec{v}, \vec{u})$
6) L'équation $\|2-3x\| = -4$ ...	A) N'a pas de solution	B) Admet 2 comme seule solution	C) Admet 2 et $-\frac{2}{3}$ comme solutions
7) L'inéquation $(5x-7)^2 + 9 < 0$ ...	A) Admet une infinité de solutions	B) N'a pas de solution	C) Admet une unique solution
8) Soit (D) : $4x - 3y + 5 = 0$. Un vecteur normal à (D) peut avoir pour coordonnées :	A) (3;4)	B) (-3;4)	C) (4 ; -3)
9) On étudie sur $[1;+\infty[$ les variations de f définie par $f(x) = \frac{-2}{3x-5}$	A) f est constante	B) f est strictement croissante	C) f est strictement décroissante
10) Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ suite géométrique de raison 5 telle que $u_7 = 9$. Alors, $u_{20} = ….$	A) 9×5^{13}	B) 74	C) 7×5^{11}

Tourner SVP

Exercice 2 : (10 pts = 1pt par question) Répondre **sur votre copie** aux différentes questions **en détaillant les calculs et en justifiant :**

1) Soit f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 2x + \frac{13122}{x}$. Montrer que $f'(x) = \frac{2(x-81)(x+81)}{x^2}$
2) Résoudre sur $[0;4\pi[$, $\cos x = -\frac{1}{2}$
3) Soit la droite $(d_1) : 2x - 3y + 5 = 0$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_2) parallèle à (d_1) et passant par le point A(5;-2)
4) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 5x^3 - 2x + 1$ au point d'abscisse -2
5) On donne dans un repère orthonormal les points suivants : A(3;-1) , B(7;2) , C(-4;1) et D(9;-5).
   Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$
6) Simplifier au maximum l'expression suivante : $\cos(\pi-x) + \cos(\pi+x) - \sin(x - \frac{\pi}{2})$
7) Déterminer l'équation du cercle de diamètre [JK] avec J(5;1) et K(-2;4)
8) Déterminer les extremums locaux de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{5x}{3+x^2}$
9) On considère les points F(1;6) et G(- 4;2). Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment [FG]
10) Calculer les éventuels antécédents de 0 par f sachant que $f(x) = \frac{x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}}{x-2}$ sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$

Problème : (6 pts)

Une entreprise qui commercialise des lessives souhaite mettre au point un nouveau produit pour lave-vaisselle sous forme solide.
Les doses ont la forme d'un parallélépipède rectangle de dimensions x, y et 2x (avec $1 \leq x \leq 2$)
Pour chaque lavage, une dose est nécessaire et son volume est de 12 cm^3

Afin de réaliser des économies sur l'emballage, l'objectif recherché est d'essayer d'obtenir une surface totale minimale

1) Faire un schéma et exprimer y en fonction de x
2) a) Montrer que la surface totale d'un tel parallélépipède est $S(x) = 4x^2 + \frac{36}{x}$ sur [1;2]

   b) Déterminer S'(x) et montrer que cette dernière a le même signe que $x^3 - \frac{9}{2}$
3) On considère la fonction u définie sur [1;2] par $u(x) = x^3 - \frac{9}{2}$

   a) Calculer la dérivée de u , étudier son signe et en déduire le tableau de variations de u.

   b) L'équation u(x) = 0 a une unique solution α dans [1;2].

   Expliquer pourquoi et en donner une valeur approchée à la calculatrice à 0,1 près.

   c) En déduire le signe de u(x) suivant les valeurs de x
4) En déduire le tableau de variations de S
5) a) Quelle valeur de x rend S minimale ? Justifier

   b) En déduire les dimensions de la dose correspondante.