Premières S4 *M Mangeard*	**Devoir surveillé de mathématiques :** *Fonctions de référence / fonctions associées / Vecteurs colinéaires/ Equations cartésiennes de droites*	28/11/14

- Calculatrices autorisées
- Durée : 1h50

Exercice 1 :

Soit f fonction définie par f(x) = 3 + $\sqrt{2x-1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f
2) Etudier les variations de f sur D_f en justifiant soigneusement
3) a) Résoudre f(x) = 5 algébriquement

   b) Comment peut-on interpréter graphiquement le résultat précédent ? Faire une phrase.

Exercice 2 :

On considère la fonction g définie sur ℝ par g(x) = $|2x^2 + x - 3|$

On pose u(x) = $2x^2 + x - 3$

1) Etudier le signe de u
2) En déduire l'écriture de g sans les barres de valeur absolue
3) Etudier les variations de u
4) En déduire celles de g en justifiant **(BONUS)**
5) Ebaucher une allure de la courbe représentative de g dans un repère orthogonal du plan.

Exercice 3 :

1) Déterminer l'ensemble de définition de f définie par f(x) = $\dfrac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{x-2}}$
2) Déterminer l'ensemble de définition de g définie par g(x) = $\sqrt{\dfrac{3x+1}{x-2}}$
3) Peut-on dire que f = g ? Justifier.

Exercice 4 :

Soient a $\in[2;+\infty[$, b$\in[2;+\infty[$ et c$\in[-3;5]$ avec a < b :

1) Montrer que $\sqrt{a-2} < \sqrt{b-2}$ en justifiant
2) Déterminer le plus petit encadrement possible de $c^2 + \dfrac{1}{a}$ en justifiant **(BONUS)**

Exercice 5 :

Le point M est situé sur un quart de cercle de centre O, de rayon 4 et d'extrémités A et B. Le point N est le pied de la perpendiculaire à la droite (OA) passant par le point M. Le point P est le pied de la perpendiculaire à la droite (OB) passant par M.

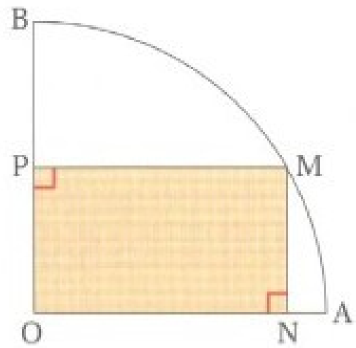
On pose x = ON et on désigne par f(x) l'aire du rectangle ONMP.

1) Déterminer le domaine de définition D de la fonction f
2) Montrer que, pour tout x de D, f(x) = x $\sqrt{16-x^2}$
3) a) Vérifier que, pour tout x de D, on a f(x) = $\sqrt{64-(x^2-8)^2}$

   b) Démontrer que f(x) $\leq$ 8 , pour tout x de D

   c) Résoudre f(x) = 8

   d) En déduire la nature du rectangle quand l'aire est maximale.



Tourner SVP

Exercice 6 :

Soit ABCD un trapèze tel que (AB) // (CD). On appelle M, le point d'intersection des droites (AD) et (BC).
I est le milieu de [AB], J celui de [CD]. K est le point d'intersection des diagonales [AC] et [BD].

On souhaite démontrer que les points M, I, J, et K sont alignés.

1) Justifier que (A ; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$) est un repère.

2) Déterminer les coordonnées des points A, B, D et I dans ce repère.

3) On appelle a, l'abscisse du point C dans ce repère. Déterminer en fonction de a l'ordonnée de C et les coordonnées de J.

4) Donner une équation cartésienne de la droite (BC) et en déduire les coordonnées du point M.

5) Montrer que les points M, I et J sont alignés.

6) Déterminer une équation cartésienne de (BD) et de (AC). En déduire les coordonnées du point K.
7) Conclure.