NOM :.................................................... Prénom :...............................

| | | |
|---|---|---|
| Première S4<br>M Mangeard | **Devoir surveillé de mathématiques**<br>*Suites et dérivation* | 20/03/15 |

– Calculatrice autorisée
– Durée : 1h50
– ***Le sujet est à rendre avec la copie***

**Exercice 1 :**

Le film *Avatar* est sorti aux Etats-Unis le 18 décembre 2009.
La recette de la première semaine s'est élevée à 77 millions de dollars. Cette recette a ensuite diminué en moyenne de 15 % chaque semaine.
Le réalisateur James Cameron a investi 500 millions de dollars pour la réalisation de ce film.

*Problème :* Le réalisateur souhaite savoir au bout de combien de semaines les recettes ont permis de réaliser un bénéfice.

1. On appelle $R_n$ la recette en millions de la n-ième semaine. Exprimer $R_{n+1}$ en fonction de $R_n$

2. Voici un algorithme incomplet. Cet algorithme doit tenter de répondre au problème posé.

```
    VARIABLES :
    n     : un entier
    R, S: des réels

DEBUT :
    n prend la valeur 1
    R prend la valeur 77
    S prend la valeur 77
    Tant que  …........................  faire
        n prend la valeur n + 1
        R prend la valeur R x....................
        S prend la valeur S + …................
    FinTantque
    Afficher ….....................
FIN
```

   a. Que représentent les variables R et S ?

   b. Compléter **sur le sujet** l'algorithme afin qu'il permette de répondre au problème posé.

**Exercice 2 :**

On considère la suite $(u_n)$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = n^3 - 3n^2 + 2n + 3$

1) Calculer $u_0$, $u_1$ et $u_2$
2) Tous les termes de la suite sont-ils égaux ?
3) Factoriser $u_n - 3$
4) En déduire le nombre total de termes de la suite égaux à 3.

**Exercice 3 :**

Soient (u) et (v) les deux suites définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ respectivement par :

$$u_n = 1 - \frac{1}{n+1} \quad \text{et } v_n = \frac{3^n}{2^{n+1}}$$

1) Déterminer les variations de la suite (u)
2) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ en justifiant
3) Montrer que (v) est géométrique. Donner son premier terme et sa raison.
4) Montrer que $v_n = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
5) En déduire le calcul de $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$

**Exercice 4 :**

Soit la suite $(x_n)$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} x_{n+1} = \left(\frac{2}{3}\right) x_n + 1 \\ x_0 = 1 \end{cases}$

1) Calculer $x_1$ et $x_2$
2) Montrer que $(x_n)$ n'est ni arithmétique, ni géométrique
3) On pose pour $n \in \mathbb{N}$, $y_n = x_n - 3$
   a) Montrer que $(y_n)$ est géométrique. On précisera son premier terme et sa raison.
   b) Exprimer $y_n$ en fonction de n
   c) En déduire l'expression de $x_n$ en fonction de n

**Exercice 5 :**

1) Rappeler la formule donnant : $S_n = 1 + 2 + 3 + ... + n$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$
2) Soit $(u_n)$ suite arithmétique de premier terme $u_1 = 5$ et de raison $\sqrt{2}$
   Calculer $u_1 + u_2 + \ldots + u_{50}$

**Exercice 6 :**

Soit $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ définie sur $\mathbb{R}$ et $g(x) = \frac{2}{x}$ définie $\mathbb{R}^*$

1) a) Calculer pour $h \neq 0$, $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$.
   b) En déduire le calcul de f ' (2). Comment peut-on interpréter graphiquement ce nombre ? Faire une phrase.
2) Calculer de même g ' (-1)