

- DEVOIR SURVEILLE : Dérivation et applications -

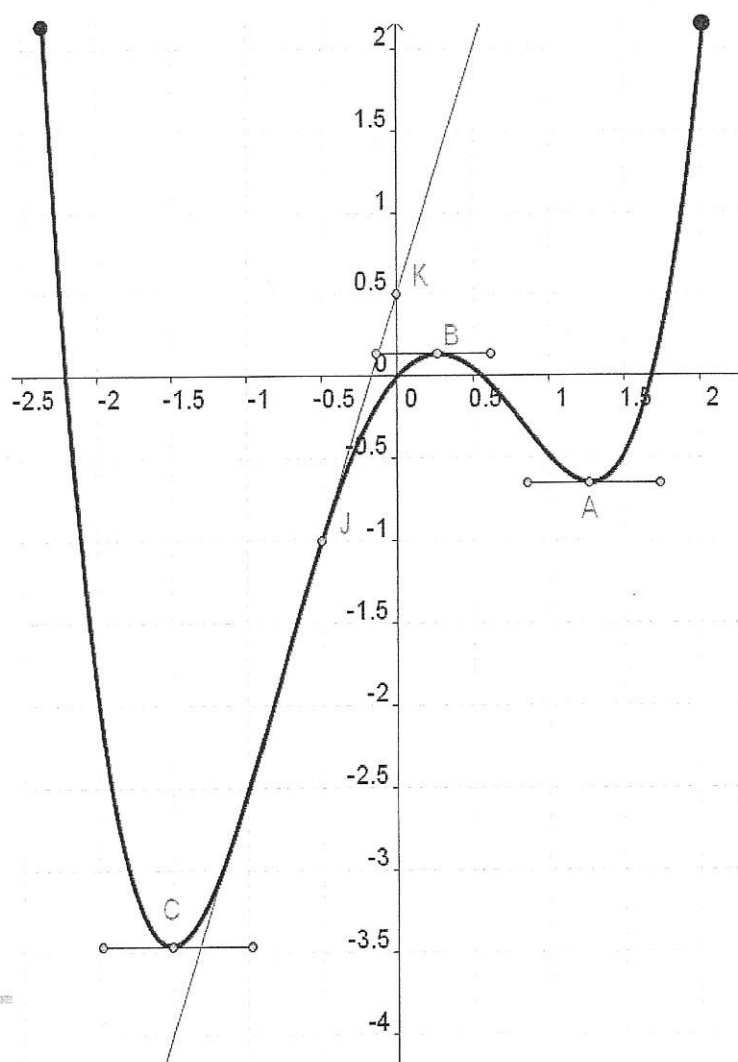
Calculatrices interdites / Durée : 1h50

Exercice n° 1 :

Sur la figure ci-contre.

 C_f est la représentation graphique de la fonction f définie sur $[-2,4 ; 2]$.Les points C, J, B et A sont sur C_f .J a comme coordonnées $(-0,5 ; -1)$.K a comme coordonnées $(0 ; 0,5)$.La droite (JK) est la tangente à C_f en J. C_f a trois tangentes horizontales en C, B et A.

Avec exclusivement les renseignements ci-dessus et le graphique répondre aux questions suivantes.



1. Donner $f(-2)$
2. Donner $f'(-1,5)$
3. Donner l'équation réduite de la droite (JK)
4. Résoudre $f'(x) > 0$ sur $[-2,4 ; 2]$.

Exercice n° 2 :

Calculer les dérivées des fonctions ci-dessous en détaillant les étapes :

$f(x) = -5x^4 + 11x^3 - 7x^2 + x - 3$	$g(x) = 3\sqrt{x}(2x^2 - 5)$
$h(x) = \frac{4}{-2x+1}$	$i(x) = \frac{1-3x}{7x+5}$

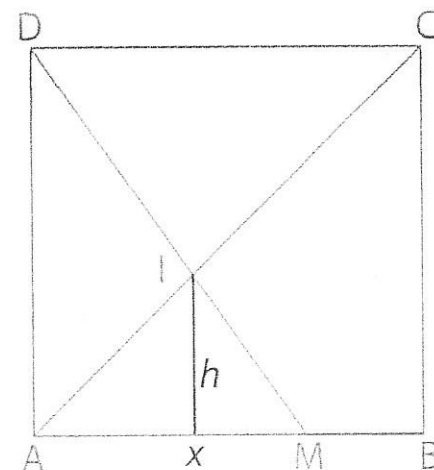
Exercice n° 3 :On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^4 + x^3 + 2$ On nomme C_f la représentation graphique de la fonction f .

1. Déterminer la dérivée $f'(x)$.
2. Etudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f .
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -1

Exercice n° 4 :

PARTIE A :

Soit la fonction f définie sur $[0, 4]$ par : $f(x) = \frac{2(x^2 + 16)}{x + 4}$
pour tout $x \in [0, 4]$



1. Montrer que $f'(x) = \frac{2(x^2 + 8x - 16)}{(x + 4)^2}$
2. Etudier le signe de $f'(x)$ puis les variations de f ,
dresser le tableau de variations de f .

PARTIE B :

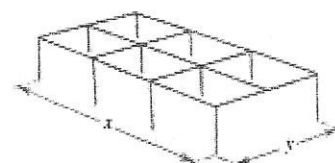
ABCD est un carré de côté 4 cm.

Pour tout point M de $[AB]$, on nomme I le point d'intersection de $[DM]$ et $[AC]$.
On note x la longueur AM et $A(x)$ l'aire totale des deux triangles AMI et DIC.

1. Déterminer $A(0)$ et $A(4)$
2. Soit h la hauteur issue de I dans le triangle AMI. Montrer que $h = \frac{4x}{x + 4}$
3. En déduire que $A(x) = \frac{2(x^2 + 16)}{x + 4}$
4. En utilisant la partie A, dresser le tableau de variations de A sur $[0, 4]$
5. En déduire la position de M pour que l'aire $A(x)$ soit minimale.

Exercice n° 5 :

On dispose de 250 m de clôture grillagée pour construire 6 cages mitoyennes et identiques pour un zoo (cf. schéma ci-contre).



- 1) Exprimer y en fonction de x
- 2) Montrer que la surface au sol d'une cage est donnée par :
$$S(x) = \frac{1}{24}(-3x^2 + 250x)$$
- 3) Quelles dimensions doit-on donner à une de ces cages de manière à maximiser sa surface au sol?

Exercice n° 6 :

(Bonus)

- 1) Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$

Dans un repère soit C_f la représentation graphique de f et (T) la droite d'équation : $y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$

Déterminer si (T) est tangente à la courbe C_f . Si oui, déterminer en quel point.

- 2) On considère une fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax^2 - bx$, où a et b sont des paramètres réels à déterminer.

On sait que $(T) : y = -2x - \frac{7}{4}$ est la tangente à la courbe de g au point d'abscisse $\frac{1}{2}$

Calculer a et b et en déduire l'expression de g en fonction de x .