

Exercice 1):

$$C(-3; 5) \quad D(9; 4) \quad E(4; -5)$$

1) $\vec{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C)$ ou $\vec{CD}$ est un vecteur directeur de (CD)
 $(12; -1)$ $\vec{CD}(-b; a)$ d'où $\begin{cases} a = -1 \\ b = -12 \end{cases}$

$$(CD): -x - 12y + c = 0$$

$$\text{or, } C \in (CD) \Rightarrow 3 - 12 \times 5 + c = 0$$

$$\Rightarrow c = 57$$

$$\text{Donc: } (CD): -x - 12y + 57 = 0$$

2) Comme (d) // (CD): (d): $-x - 12y + c = 0$

$$\text{or, } E \in (d), \text{ d'où } -4 - 12 \times (-5) + c = 0$$

$$\Rightarrow 56 + c = 0$$

$$\Rightarrow c = -56$$

$$\text{Donc: } (d): -x - 12y - 56 = 0$$

3) $F(1; y)$, $\vec{EF}(x_F - x_E; y_F - y_E)$ $\vec{CD}(12; -1)$
 $(1 - 4; y - (-5))$

$$\vec{CD} \text{ et } \vec{EF} \text{ sont colinéaires } \begin{pmatrix} -3; y+5 \end{pmatrix} \Rightarrow 12 \times (y+5) = -3 \times (-1)$$

$$\Rightarrow 12y + 60 = 3$$

$$\Rightarrow 12y = -57$$

$$\Rightarrow y = -\frac{57}{12} = -\frac{19 \times 3}{4 \times 3} = -\frac{19}{4}$$

4) $F(1; -\frac{19}{4})$: $-1 - 12 \times (-\frac{57}{12}) - 56 = -1 + 57 - 56$

$$= 0$$

Donc $F \in (d)$

5) I milieu de [CE]: $\begin{cases} x_I = \frac{x_C + x_E}{2} = \frac{-3 + 4}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{y_C + y_E}{2} = \frac{5 + (-5)}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow I(\frac{1}{2}; 0)$

Milieu de $[DE]$: $x_J = \frac{x_E + x_D}{2} = \frac{9+4}{2} = \frac{13}{2}$
 $y_J = \frac{y_E + y_D}{2} = \frac{4+(-5)}{2} = -\frac{1}{2}$ } $J(\frac{13}{2}; -\frac{1}{2})$

ona: $\vec{IJ}(\frac{1}{2}; 0)$ et $\vec{CD}(-12; -1)$
 $\vec{IJ}(\frac{1}{2}; 0)$ et $\vec{CD}(-12; -1)$

$x_{\vec{IJ}} \times y_{\vec{CD}} = 6 \times (-1) = -6$
 $x_{\vec{CD}} \times y_{\vec{IJ}} = 12 \times (-\frac{1}{2}) = -6$ } donc $\vec{IJ}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires

Par conséquent: $(\vec{IJ}) \parallel (\vec{CD})$

6) $IJ = \sqrt{(x_J - x_I)^2 + (y_J - y_I)^2}$
 $= \sqrt{(\frac{13}{2} - \frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2} - 0)^2}$
 $= \sqrt{36 + \frac{1}{4}}$
 $= \sqrt{\frac{145}{4}}$
 $= \frac{1}{2} \sqrt{145}$

$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$
 $= \sqrt{(9 - (-3))^2 + (4 - 5)^2}$
 $= \sqrt{144 + 1}$
 $= \sqrt{145}$

Donc $IJ = \frac{1}{2} CD$

Exercice ②: A(2; 3) B(-2; 5) C(3; -2)

1) E $(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2})$
 $(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$

La médiane issue de A du triangle ABC passe par A et le milieu de $[BC]$, c'est-à-dire E. c'est donc la droite (AE).

Donc $\vec{AE}$ est un vecteur directeur de cette médiane.

2) $\vec{AE}(x_E - x_A; y_E - y_A)$
 $(\frac{1}{2} - 2; \frac{3}{2} - 3)$
 $(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2})$

Or, $\vec{AE}$ est un vecteur directeur de la droite (AE)

Donc (AE): $-\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y + c = 0$

(E) $-\frac{6}{2} + \frac{9}{2} + c = 0$

Or, $A \in (AE) \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \times 2 + \frac{3}{2} \times 3 + c = 0$

(E) $c = -\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow -3 + \frac{9}{2} + c = 0$

$$\text{Donc : } (AB) : -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore \cancel{x+y-1=0} \quad -x+y-1=0$$

(3)

3) Tout d'abord : $G(1;2) \in (AB)$

En effet : $-1+2-1=0$

Soit F le milieu de $\{AC\}$, (BF) est une autre médiane du triangle ABC

$$F \left(\frac{x_A + x_C}{2} ; \frac{y_A + y_C}{2} \right) = \left(\frac{5}{2} ; \frac{1}{2} \right)$$

$$\vec{BF} \left(x_F - x_B ; y_F - y_B \right) = \left(\frac{5}{2} + 2 ; \frac{1}{2} - 5 \right) = \left(\frac{9}{2} ; -\frac{9}{2} \right)$$

$\vec{BF}$ est un vecteur directeur de (BF)

$$\begin{cases} -b = \frac{9}{2} \\ a = -\frac{9}{2} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} a = -\frac{9}{2} \\ b = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

$$(BF) : -\frac{9}{2}x - \frac{9}{2}y + c = 0$$

$$Or, B \in (BF) \Leftrightarrow -\frac{9}{2} \times (-2) - \frac{9}{2} \times 5 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow 9 - \frac{45}{2} + c = 0$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{45}{2} - \frac{18}{2} = \frac{27}{2}$$

$$\text{Donc : } (BF) : -\frac{9}{2}x - \frac{9}{2}y + \frac{27}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -x - y + 3 = 0$$

$$Or, -1 - 2 + 3 = 0$$

$$\text{Donc } G(1;2) \in (BF)$$

Par conséquent, G est bien le centre de gravité du triangle ABC