Seconde 1 B

Corrigé de l'examen blanc n° 2 (1)

(Fait le 09/04/13)

Exercice (1) :

1) Population étudiée : Les élèves des classes de Seconde (1) et (2)

Caractère : Notes obtenues à un devoir de mathématiques

2)

	Min	Max	Moyenne	Etendue	Q_1	Me	Q_3	$Q_3 - Q_1$
Seconde 1	2	8	4,9	$8-2=\boxed{6}$	4	5	6	$6-4=2$
Seconde 2	0	10	4,47	$10-0=\boxed{10}$	4	4	5	$5-4=1$

Justifications :

– Seconde (1) :

· Moyenne : $\bar{x} = \dfrac{3\times2+2\times3+5\times4+12\times5+3\times6+3\times7+2\times8}{30} = \dfrac{147}{30} = 4,9$

· Pour Q_1 : $30\times\frac{1}{4} = 7,5$ – On prend donc la 8ième note – Donc $Q_1 = 4$

· Pour la médiane : Il y a 30 notes en tout – La médiane se situe entre la 15ième et la 16ième

Donc Me $= 5$

· Pour Q_3 : $30\times\frac{3}{4} = 22,5$ – On prend donc la 23ième note – Donc $Q_3 = 6$

– Seconde (2) :

· Moyenne : $\bar{x} = \dfrac{1\times1+4\times2+1\times3+10\times4+8\times5+1\times7+2\times8+1\times9+1\times10}{30} = \dfrac{134}{30} \simeq 4,47$

· Pour Q_1 : On prend la 8ième note – Donc $Q_1 = 4$

· Pour Me : Elle se situe entre la 15ième et la 16ième note – Donc Me $= 4$

· Pour Q_3 : On prend la 23ième note – Donc $Q_3 = 5$

$Q_3 - Q_1$: Ecart interquartile

3) a) La seconde (1) a la meilleure moyenne.

b) Il va considérer l'étendue et l'écart interquartile –

L'étendue la plus faible est en seconde (1) : l'ensemble est plus homogène qu'en seconde (2) – Il répondra encore la seconde (1).

c) Cet élève a raison car la médiane est de 4 - C'est-à-dire : autant d'élèves ont moins de 4 que plus de 4 ②

d) Cet élève a tort : il interprète mal la notion de 1er quartile.
$Q_1 = 4$ signifie qu'au moins 25 % des valeurs sont inférieures à 4.

e) En seconde ① :
nombre d'élèves ayant strictement moins de 5 : 10

$$\text{Pourcentage} = \frac{10}{3\cancel{0}} \times 10\cancel{0} \simeq 33,3\ \%$$

En seconde ② :
nombre d'élèves ayant strictement moins de 5 : 17

$$\text{Pourcentage} = \frac{17}{3\cancel{0}} \times 10\cancel{0} \simeq 56,7\ \%$$

Exercice ② : soit $x \in \mathbb{R}$:

1) $g(x) = 3(x-1)(x+4) = 3(x^2+4x-x-4)$
$= 3x^2+9x-12 = f(x)$

$h(x) = 3\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{75}{4} = 3\left(x^2+\cancel{2}\times x\times\frac{3}{\cancel{2}}+\frac{9}{4}\right)-\frac{75}{4}$
$= 3x^2+9x+\frac{27}{4}-\frac{75}{4} = 3x^2+9x-\frac{48}{4}$
$= 3x^2+9x-12$

2) $f(x) = 3x^2+9x-12$ $\begin{cases} a=3 \\ b=9 \\ c=-12 \end{cases}$ comme $a > 0$, la parabole représentant f est orientée vers le haut. P_2 ne peut donc pas représenter f.

Calcul des coordonnées du sommet S de la parabole :

$S(\alpha ; \beta)$ $\quad \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-9}{2\times3} = \frac{-9}{6} = \frac{-\cancel{3}\times3}{\cancel{3}\times2} = -\frac{3}{2}$

et $\beta = f(\alpha) = 3\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 9\times\left(-\frac{3}{2}\right) - 12$
$= \frac{27}{4} - \frac{54}{4} - \frac{48}{4} = -\frac{75}{4}$

$S\left(-\frac{3}{2} ; -\frac{75}{4}\right)$

or, $-\frac{75}{4} = -18,75$

Donc la parabole représentant f est la P_1

3) Tableau de variation :

x	$-\infty$	$-1{,}5$	$+\infty$
Variations de f	$\searrow$	$-18{,}75$	$\nearrow$

4) a) $f(1) = 3\underbrace{(1-1)}_{=0}(1+4)$

$= \boxed{0}$

b) $f\left(-\frac{3}{2}\right) = 3\underbrace{\left(-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right)}_{0}^2 - \frac{75}{4} = \boxed{-\frac{75}{4}}$

③

5) a) $f(x) = 0 \iff 3(x-1)(x+4) = 0$
$\iff x-1 = 0$ ou $x+4 = 0$
$\iff x = 1$ ou $x = -4$

$S = \{1 ; -4\}$

b) $f(x) = -12 \iff 3x^2 + 9x - 12 = -12$
$\iff 3x^2 + 9x = 0$
$\iff 3x(x+3) = 0$
$\iff x = 0$ ou $x+3 = 0$
$\iff x = 0$ ou $x = -3$

$S = \{0 ; -3\}$

6) a) $3(x-1)(x+4) \geqslant 0$

$x - 1 \geqslant 0$ $\quad$ $x+4 \geqslant 0$
$x \geqslant 1$ $\quad$ $x \geqslant -4$

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
signe de $x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de f		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $S =]-\infty ; -4] \cup [1 ; +\infty[$

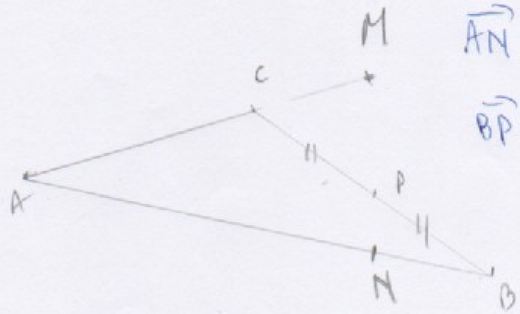
b) Les solutions de l'inéquation précédente correspondent aux abscisses des points de la courbe de f situés au-dessus de l'axe des abscisses.

Exercice ③ :

$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$



2) $\underline{\overrightarrow{MN}} = \underbrace{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}}_{\text{relation de Chasles}} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} = \underline{\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}}$

3) $\underline{\overrightarrow{MP}} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \underline{-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}}$

4) a) $-3\overrightarrow{MP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MN}$ donc $\underline{\overrightarrow{MN} \text{ et } \overrightarrow{MP} \text{ sont colinéaires}}$

b) $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ colinéaires avec un point commun donc <u>M, N et P sont alignés</u>

Exercice 4 :

1) $f(3) = 2$ et $f(1) = -9$. f est affine donc son expression en fonction de x est de la forme $ax + b$

<u>calcul de a</u> : $a = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{2 - (-9)}{2} = \underline{\frac{11}{2}}$

D'où $f(x) = \frac{11}{2}x + b$

<u>calcul de b</u> : $f(3) = 2 \iff \frac{11}{2} \times 3 + b = 2$

$\iff \frac{33}{2} + b = \frac{4}{2} \iff b = \frac{4}{2} - \frac{33}{2} = -\frac{29}{2}$

Donc : $\underline{f(x) = \frac{11}{2}x - \frac{29}{2}}$

2) $g(2) = 9$ et g linéaire d'où $g(x) = ax$, avec $a \in \mathbb{R}$ à déterminer.

$g(2) = 2a = 9$ donc $a = \frac{9}{2}$

Donc : $\underline{g(x) = \frac{9}{2}x}$.

3) Les coefficients directeurs sont tous les deux strictement positifs, donc f et g sont strictement croissantes sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$\frac{29}{11}$	$+\infty$
Variation de f	↗	0	↗

$f(x) = 0$

$\iff \frac{11}{2}x = \frac{29}{2}$

$\iff x = \frac{29}{11}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variation de g	↗	0	↗

4) Voir représentation graphique

5) a) Abscisse du point d'intersection : 14,5

b) Par le calcul :

Il suffit de résoudre l'équation $\frac{11}{2}x - \frac{29}{2} = \frac{9}{2}x$

$\Leftrightarrow \frac{11}{2}x - \frac{9}{2}x = \frac{29}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{29}{2} = 14{,}5$

Donc $S = \{14{,}5\}$

6) Soit x : le nombre de bijoux vendus

- Coût de revient pour le 1er bijou : $5{,}50x - 14{,}50 = \frac{11}{2}x - \frac{29}{2}$
- Coût de revient pour le 2ème bijou : $4{,}50x = \frac{9}{2}x$

Vente du 1er plus rentable que celle du 2ème : $\frac{11}{2}x - \frac{29}{2} \geqslant \frac{9}{2}x$

c'est-à-dire $x \geqslant \frac{29}{2} = 14{,}5$

A partir de la vente de 15 bijoux, la vente du 1er est plus rentable que celle du 2ème.