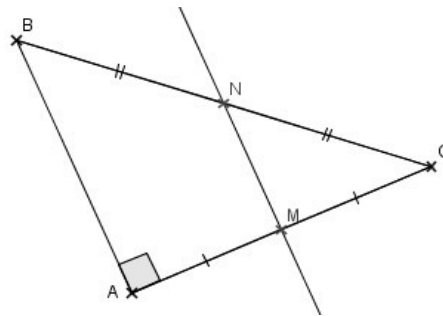


Exercice 1 :

1) On sait que M est le milieu de [AC] et que N est le milieu de [BC]

Or, *dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.*

Donc : $(MN) \parallel (AB)$

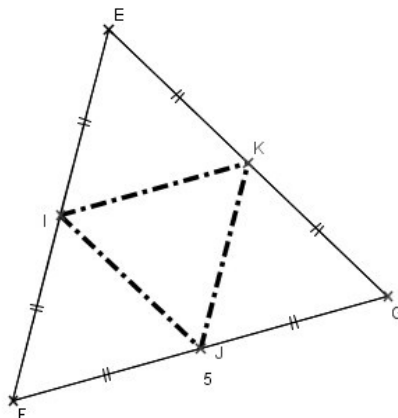
2) On sait que ABC est rectangle en A, d'où : $(AB) \perp (AC)$. D'autre part, on a montré dans la question précédente que $(MN) \parallel (AB)$

Or, *si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.*

Donc : $(MN) \perp (AC)$

Exercice 2 :

1)



2) Conjecture : il semblerait que le triangle IJK soit équilatéral.

Démonstration :

On sait que I est le milieu de [EF] et J celui de [FG]

Or, *dans un triangle, un segment ayant pour extrémités les milieux de deux côtés a une longueur égale à la moitié de celle du troisième côté.*

$$\text{D'où : } IJ = \frac{EG}{2}$$

On démontre de la même façon que $IK = \frac{FG}{2}$ et que $JK = \frac{EF}{2}$

Or, EFG est un triangle équilatéral, d'où : $EG = EF = FG$

Donc : $IJ = JK = IK$, c'est-à-dire : IJK est un triangle équilatéral.

Exercice 3 :

Tout d'abord, (AB) et (DE) sont coupées par une sécante (AC) formant, entre autres,

les deux angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EDC}$ qui sont correspondants.

D'après le codage de la figure, $\widehat{BAC} = \widehat{EDC}$

Or, si deux droites sont coupées par une sécante en formant deux angles correspondants égaux, alors ces deux droites sont parallèles.

D'où : $(AB) \parallel (DE)$

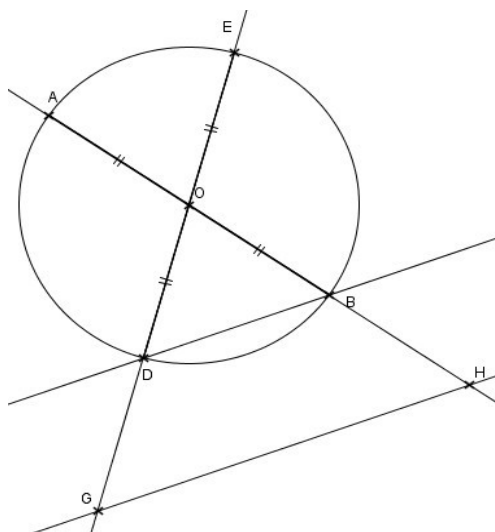
D'autre part, on sait que D est le milieu de $[AC]$ (d'après le codage de la figure)

On se place dans le triangle ABC :

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et qu'elle est parallèle à un deuxième côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc : E est le milieu de $[BC]$

Exercice 4 :



1) Dans le triangle OGH :

On sait que : H est le symétrique de O par rapport à B, c'est-à-dire B est le milieu de $[OH]$ et que G est le symétrique de O par rapport à D, c'est-à-dire D est le milieu de $[OG]$.

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

Donc : $(HG) \parallel (BD)$

2) On sait que $[AB]$ et $[ED]$ sont des diamètres du cercle.

Or, dans un cercle, tous les diamètres ont la même longueur et ils se coupent en leur milieu qui est le centre du cercle (ici, le point O).

D'autre part, $[AB]$ et $[ED]$ sont des diagonales du quadrilatère AEBD

Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont de même longueur, alors c'est un rectangle.

Donc : AEBD est un rectangle.

3) On sait que AEBD est un rectangle (question 2) et que $(DB) \parallel (GH)$ (question 1)

Or, dans un rectangle, les côtés opposés sont parallèles, d'où : $(AE) \parallel (DB)$

D'autre part, si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est aussi parallèle à l'autre.

Donc : $(HG) \parallel (AE)$

4) Dans le triangle OGH, on sait que :

D est le milieu de [OG] et B milieu de [OH]

Or, *dans un triangle, un segment qui relie les milieux de deux côtés a une longueur égale à la moitié de celle du troisième côté.*

$$\text{D'où : } DB = \frac{GH}{2} \text{ c'est-à-dire } GH = 2DB$$

Dans le rectangle AEBD :

On sait que [AE] et [DB] sont deux côtés opposés.

Or, *dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur.*

$$\text{D'où : } AE = DB.$$

$$\text{Par conséquent : } \underline{GH = 2AE}$$