

NOM : Prénom :

T4S	<u>Devoir des mathématiques :</u> <i><u>Loi binomiale/Probabilités conditionnelles+suites/TVI</u></i>	Vendredi 13 décembre 2019
-----	---	---------------------------

- Calculatrices autorisées **en MODE EXAMEN**
- Durée : 1h30

Observations :

NOTE : **/20**

Exercice 1 : Questions techniques indépendantes (Répondre directement sur le sujet) :

- 1) On considère la loi binomiale de paramètres (42 ; 0,28) et X, une variable aléatoire discrète suivant cette loi.
A l'aide de la calculatrice et en donnant les formules nécessaires, compléter les pointillés suivants (Pour les probabilités, arrondir à 10^{-3} près) :
 - a) $P(X=12) = \dots\dots\dots$
 - b) $E(X) = \dots\dots\dots$
 - c) $\sigma(X) = \dots\dots\dots$
 - d) $P(X \leq 18) = \dots\dots\dots$
 - e) $P(X > 9) = \dots\dots\dots$
 - f) Déterminer l'intervalle de fluctuation selon cette loi : $I = [\dots\dots\dots]$
- 2) Si $P(A) \neq 0$, $P_A(B) = \dots\dots\dots$
- 3) Si A et B sont indépendants, alors..... (formule)
- 4) Hypothèses pour appliquer le corollaire du TVI avec une fonction f sur un intervalle $I = [a ; b]$ où a et b sont des nombres réels pour montrer l'unicité de la solution de $f(x) = 0$ sur I :

NOM :Prénom :

Exercice 2 :

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur H_1 , 25% de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3 .

Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.

La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80% de conifères, alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50% et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30%.

- 1) Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock. On considère les événements suivants :

H_1 : « L'arbre choisi provient de l'horticulteur H_1 »

H_2 : « L'arbre choisi provient de l'horticulteur H_2 »

H_3 : « L'arbre choisi provient de l'horticulteur H_3 »

C : « L'arbre choisi est un conifère »

F : « L'arbre choisi est un arbre feuillu »

- Construire un arbre pondéré traduisant la situation
 - Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3
 - Justifier que $P(C) = 0,525$
 - L'arbre choisi est un conifère. Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_1 ? (On arrondira à 10^{-3} près)
- 2) On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.

On note X : la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.

- Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ? (On arrondira à 10^{-3} près)
- Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ? (On arrondira à 10^{-3} près)

Exercice 3 : Problème type BAC

Dans une entreprise, on s'intéresse à la probabilité qu'un salarié soit absent durant une période d'épidémie de grippe.

- Un salarié malade est absent
- La première semaine de travail, le salarié n'est pas malade
- Si la semaine n , le salarié n'est pas malade, il tombe malade la semaine $n+1$ avec une probabilité égale à 0,04
- Si la semaine n , le salarié est malade, il reste malade la semaine $n+1$ avec une probabilité égale à 0,24.

E_n l'événement : « Le salarié est absent pour cause de maladie la semaine n »

On pose $P(E_n) = p_n$

NOM :Prénom :

De même on notera \overline{E}_n l'événement : « La salarié n'est pas malade la semaine n et est donc présent »

- 1) Calculer p_2 en justifiant
- 2) A l'aide d'un arbre pondéré, montrer soigneusement que :
$$p_{n+1} = 0,2p_n + 0,04$$
, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$
- 3) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = p_n - 0,05$
 - a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique
 - b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n
 - c) Exprimer p_n en fonction de n
- 4) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.