NOM : Prénom :

T4S	Devoir n°3 de mathématiques : <i>Limites de suites/de fonctions/Variations/Asymptotes</i>	Vendredi 15 novembre 2019
-----	---	---------------------------

- Durée : 1h30
- Calculatrices autorisées

Observations :

NOTE : /20

Exercice 1 : (Sur votre copie) (8 points)

Déterminer les limites suivantes en détaillant les étapes :

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x+1} - \sqrt{2x}$ 2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 - n + 1}{3n^2 + 1}$ 3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ 4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cos n}{2n + 1}$

Exercice 2 : (Sur votre copie) (6 points)

On a représenté à gauche la courbe d'une fonction f dans un repère orthogonal du plan.

- 1) Conjecturer les limites suivantes par lecture graphique :
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$
- 2) Interpréter graphiquement les limites précédentes
- 3) En fait, $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$
Retrouver les limites conjecturées à la question 1
- 4) Etudier algébriquement la position relative de la courbe de f par rapport à son asymptote horizontale

Exercice 3 : (Directement sur le sujet) (2 points)

On considère une fonction dont le tableau de variations sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$:

x	-∞	-2	3	+∞
Signe de f'(x)	+	+	0	-
Variations de f		↗ +∞	↘ 5	↘ -1
	↘ -3	↘ -∞		

NOM :Prénom :

Répondre directement aux questions suivantes (sans justifications sauf pour la dernière) :

Equation réduite de chaque asymptote horizontale à la courbe de f :	
Equation réduite de l'asymptote verticale à la courbe de f :	
Equation réduite de la tangente horizontale à la courbe de f :	
Pourquoi peut-on affirmer que 5 est un maximum local de f en $x = 0$?	<u>Justification :</u>

Exercice 4 : (Sur votre copie) (4 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-x^2}{x^2+1}$

- 1) Etudier les variations de f (avec les justifications)
- 2) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -1$ est asymptote horizontale à la courbe de f en $+\infty$ et $-\infty$
- 3) Etudier la position de la courbe de f par rapport à (D)
- 4) Déterminer l'équation réduite de la droite (T_1), tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1

Exercice 5 : BONUS

A l'aide d'un taux d'accroissement convenablement choisi, calculer :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x+1} - \sqrt{11}}{x-2}$$