NOM :……………………………………………..Prénom :…………………………………

Terminale 4S	**Devoir de mathématiques n°1 :** *Suites (Rappels de Première S)*	Vendredi 13 septembre 2019

- Rendre le sujet
- Durée : 1h30
- Calculatrice autorisée (sans mode EXAMEN)

Observations :

NOTE : **/20**

Exercice 1 : (Sur la copie)

On souhaite calculer la somme suivante :

$$S = \frac{3}{2} + \frac{3}{10} + \frac{3}{50} + \frac{3}{250} + \cdots + \frac{3}{781250}$$

1) Montrer que $S = \frac{3}{2} \times (u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n)$, où n est un entier naturel qu'on déterminera et (u_n) une suite géométrique dont on donnera la valeur du premier terme et de la raison
2) En déduire le calcul de S

Exercice 2 : (Répondre et faire les tracés directement sur le sujet)

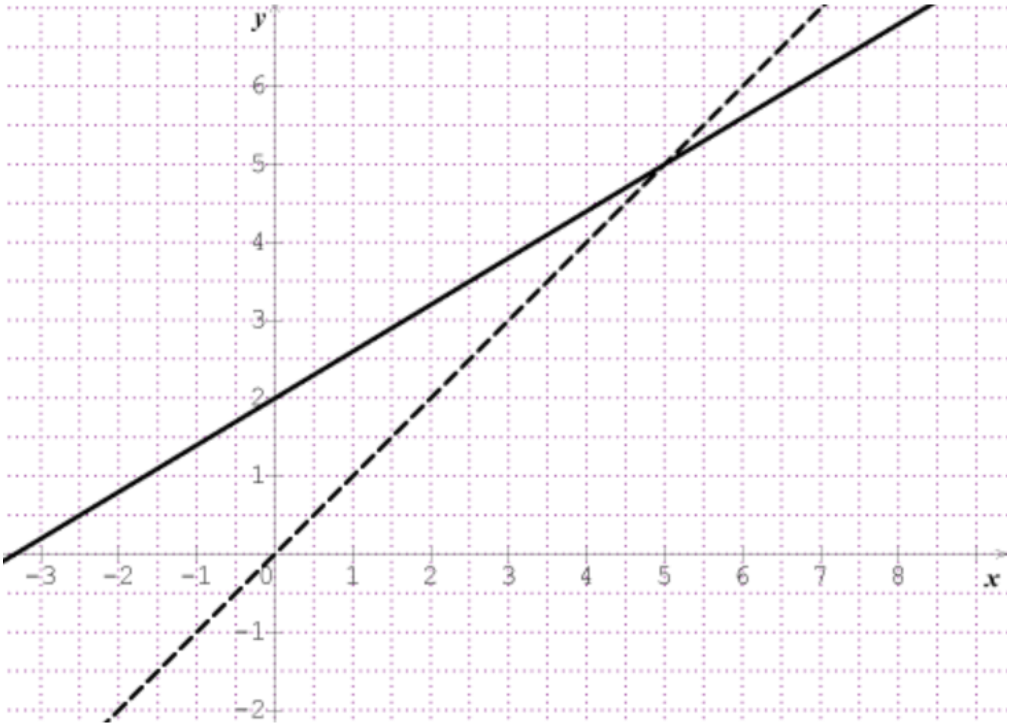
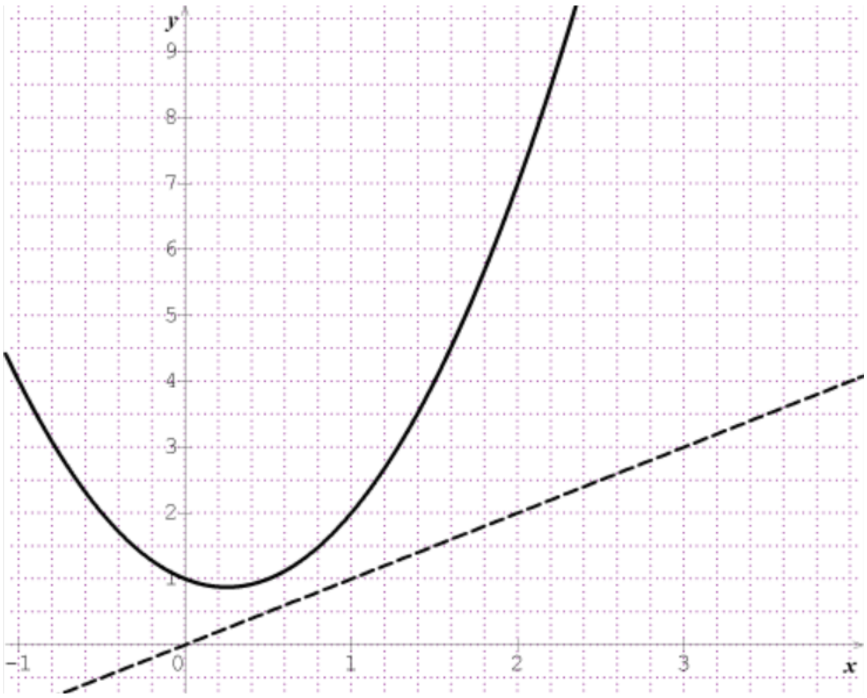
On considère les suites (u_n) et (v_n) suivantes définies par récurrence sur ℕ par :

$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases}$	$\begin{cases} v_{n+1} = 2v_n^2 - v_n + 1 \\ v_0 = 0 \end{cases}$

Conjecturer les variations et le comportement à l'infini pour ces deux suites **après** avoir représenté les premiers termes avec « les escaliers » sur les représentations graphiques page suivante : ***(Utiliser des couleurs et faire des tracés précis)***

Suite (u_n)	Suite (v_n)
Conjectures : *……………………………………………… *………………………………………………	*Conjectures :* *………………………………………………... *………………………………………………...

NOM :……………………………………………..Prénom :…………………………………

Suite (u_n)

Suite (v_n)


NOM :……………………………………………..Prénom :…………………………………

Exercice 3 : (Sur la copie)

On définit deux suites (a_n) et (b_n) pour tout $n \in \mathbb{N}$ par récurrence de la manière suivante :

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{a_n + 2b_n}{3} \\ a_0 = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} b_{n+1} = \frac{a_n + 3b_n}{4} \\ b_0 = 2 \end{cases}$$

1) Calculer explicitement a_1, b_1
2) A l'aide de la calculatrice, conjecturer les variations de ces deux suites
3) On pose $c_n = b_n - a_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
   a) Montrer que (c_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{12}$
   b) Exprimer c_n en fonction de n
4) On pose $d_n = 3a_n + 8b_n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$
   Montrer soigneusement que (d_n) est une suite constante.
5) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n = \frac{19}{11} - \frac{8}{11}\left(\frac{1}{12}\right)^n$ et $b_n = \frac{19}{11} + \frac{3}{11}\left(\frac{1}{12}\right)^n$

   b) En déduire les variations de la suite (a_n)

Exercice 4 : (Sur la copie)

Le nombre d'arbres d'une forêt peut être modélisé à l'aide d'une suite. En 2018, cette forêt comptait 50 000 arbres. Notons u_n le nombre d'arbres en milliers l'année 2018+n.

Dans le but d'entretenir cette forêt, un organisme régional décide d'abattre chaque année 5% des arbres existants et de replanter dans le même temps 3 000 jeunes arbres.

1) Calculer le nombre d'arbres en 2019
2) Montrer que (u_n) est définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = 0{,}95u_n + 3 \\ u_0 = 50 \end{cases}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$
3) Montrer que (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique
4) On pose : $v_n = 60 - u_n$
   a) Montrer que (v_n) est géométrique. On donnera son premier terme et sa raison.
   b) Exprimer v_n en fonction de n
   c) En déduire que $u_n = 60 - 10 \times 0{,}95^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$
   d) Etudier les variations de (u_n)
5) Conjecturer la limite de (u_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé. (Faire une phrase)