

T4S	<u>Corrigé du défi</u> <u>mathématiques n° 4</u>	Année scolaire 2019/2020
-----	---	--------------------------------

Montrer soigneusement que :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{5}}{x-2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2} 2x+1 = 2 \times 2 + 1 = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x} = \sqrt{5} \end{array} \right\} \text{Par composée:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x+1} = \sqrt{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d'où } \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x+1} - \sqrt{5} = 0 \\ \text{D'autre part: } \lim_{x \rightarrow 2} x-2 = 0 \end{array} \right\} \text{Forme indéterminée du type "0/0"}$$

2 méthodes pour lever l'indétermination

(1) Méthode 1: (expression conjuguée)

$$\begin{aligned} \sqrt{2x+1} - \sqrt{5} &= \frac{(\sqrt{2x+1} - \sqrt{5})(\sqrt{2x+1} + \sqrt{5})}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{2x+1-5}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{5}} = \frac{2x-4}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{D'où } \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{5}}{x-2} &= \frac{2x-4}{(x-2)(\sqrt{2x+1} + \sqrt{5})} \\
 &= \frac{2(\cancel{x-2})}{(\cancel{x-2})(\sqrt{2x+1} + \sqrt{5})} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{5}}
 \end{aligned}$$

$$\text{or, } \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x+1} = \sqrt{5}$$

$$\text{d'où } \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x+1} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \text{ (Par somme)}$$

Par quotient:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{5}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Méthode (2): Taux d'accroissement

$$\text{on pose } f(x) = \sqrt{2x+1}$$

$$f(2) = \sqrt{2 \times 2 + 1} = \sqrt{5}$$

$$\frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{5}}{x-2} = \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$$

f est dérivable sur $] -\frac{1}{2}; +\infty [$

En particulier, f est dérivable en 2

$$\text{et } f'(2) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x \neq 2}} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$\text{or, } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}} = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

$$\text{d'où } f'(2) = \frac{1}{\sqrt{2 \times 2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{Donc: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{5}}{x-2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$