

T4S	<u>Corrigé du défi mathématique de vacances n°2</u>	Année scolaire 2019/2020
-----	--	-----------------------------

Soit $f(x) = \frac{-5x^2 + 8x + 4}{x-1}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

1) Montrer que $f(x) = -5x + 3 + \frac{7}{x-1}$

$$\underline{-5x + 3 + \frac{7}{x-1} = \frac{(x-1)(-5x+3) + 7}{x-1}}$$

$$= \frac{-5x^2 + 3x + 5x - 3 + 7}{x-1}$$

$$= \frac{-5x^2 + 8x + 4}{x-1} = \underline{f(x)}$$

2) En déduire l'équation réduite d'une asymptote oblique à la courbe de f

$$\text{On a } f(x) - (-5x + 3) = \frac{7}{x-1}$$

$$\begin{array}{l} \text{avec } \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 7 = 7 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Par quotient:} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7}{x-1} = 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{Donc: } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-5x + 3)] = 0$$

Par conséquent :

La droite (d) d'équation $y = -5x + 3$
est asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$

3) Etudier la position relative de la courbe de f avec cette asymptote.

Comme $f(x) - (-5x + 3) = \frac{7}{x-1}$

$\frac{7}{x-1} > 0$, pour $x > 1$ et $\frac{7}{x-1} < 0$

pour $x < 1$

Par conséquent :

$\left\{ \begin{array}{l} * (C_f) \text{ est située au-dessus de } (d) \\ \text{sur }]1; +\infty[\\ * (C_f) \text{ est située en dessous de } (d) \\ \text{sur }]-\infty; 1[\end{array} \right.$