

## Questions techniques

(15)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n} = ?$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n+2 = +\infty = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n$$

or,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$ , Par composition,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{3n+2} = +\infty$

de même  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{3n} = +\infty$ .

D'au une forme indéterminée du type: " $+\infty - \infty$ "

$$\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n} = \frac{(\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n})(\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n})}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n}}$$

$$= \frac{3n+2 - 3n}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n}} = \frac{2}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n}}$$

Par addition:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{3n+2} + \sqrt{3n} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Par composition:} \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n}} = 0 \end{array}$$

Donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n} = 0$

(13)  $f(x) = 3x^2 e^{\frac{x}{2}}$

est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme produit de fonctions dérivables

on pose  $u(x) = 3x^2$   $v(x) = e^{\frac{x}{2}}$   
 $u'(x) = 6x$   $v'(x) = \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}}$

or,  $(uv)' = u'v + uv'$

$$\begin{aligned} \text{d'où } f'(x) &= 6x e^{\frac{x}{2}} + \frac{3}{2} x^2 e^{\frac{x}{2}} \\ &= 3x e^{\frac{x}{2}} \left( 2 + \frac{x}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-2) &= -6 e^{-1} (2-1) \\ &= -\frac{6}{e} \end{aligned}$$

d'où:

$T_{-2}$  a pour équation réduite:

$$y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$$

$$f(-2) = 3 \times (-2)^2 e^{-1} = \frac{12}{e}$$

$$\text{d'où } T_{-2}: y = -\frac{6}{e}(x+2) + \frac{12}{e}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y = -\frac{6}{e}x}$$

(29)

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 8y - 6z + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + y^2 + 8y + z^2 - 6z + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+4)^2 - 16 + (z-3)^2 - 9 + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 10$$

Sphère de centre  $\Omega(1; -4; 3)$  et de rayon  $\sqrt{10}$

(30)

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 3)$$

$$= 1 - \int_0^3 0,45 e^{-0,45x} dx$$

$$= 1 - \left[ -e^{-0,45x} \right]_0^3$$

$$= 1 + e^{-0,45 \times 3} = e^{-1,35} \approx \boxed{0,259}$$

25  $X \sim B(150; 0,4)$

$$P(X=50) = \binom{150}{50} \times 0,4^{50} \times 0,6^{150-50}$$

A la calculatrice:

$$P(X=50) \approx 0,0167$$

28  $f(x) = (1+x^2) \ln(3x+2)$

$f$  est définie ssi  $3x+2 > 0$   
 $\Leftrightarrow x > -\frac{2}{3}$

$f$  est définie et dérivable sur  $]-\frac{2}{3}; +\infty[$

on pose  $u(x) = 1+x^2$   $v(x) = \ln(3x+2)$   
 $u'(x) = 2x$   $v'(x) = \frac{3}{3x+2}$

or  $(uv)' = u'v + uv'$   
 d'où:

$$f'(x) = 2x \ln(3x+2) + \frac{3(1+x^2)}{3x+2}$$

Soit  $M(z)$  du plan complexe.

$$|z-2| = |z+5-2i| = |z - (-5+2i)|$$

Soient  $A(2)$  et  $B(-5+2i)$ .

L'ens. cherché est l'ens. des pts  $M$  du plan tq :

$$MA = MB$$

c'est la médiatrice du segment  $[AB]$ .



21

$$P_D(A) = \frac{P(D \cap A)}{P(D)}$$

or,

$$P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C)$$

(car  $(A, B, C)$  est une partition de  $\Omega$ )

(Formule  
des probabilités totales)

$$= P(A) \times P_A(D) + P(B) \times P_B(D) + P(C) \times P_C(D)$$

$$= 0,2 \times 0,8 + 0,4 \times 0,6 + 0,4 \times 0,1$$

$$= 0,44$$

$$\text{d'où } P_D(A) = \frac{0,2 \times 0,8}{0,44} \approx \underline{0,364}$$

31

$$n = 120 > 30$$

$$* n \times p = 120 \times 0,3 = 36 > 5$$

$$* n \times (1-p) = 120 \times 0,7 = 84 > 5$$

on peut donc  
déterminer un intervalle  
de fluctuation asymptotique  
au seuil de 95% à l'aide  
de la formule -

$$I = \left[ p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96 \times \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$$

$$p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,3 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,3 \times 0,7}}{\sqrt{120}} \approx 0,218$$

$$p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0,3 + 1,96 \times \frac{\sqrt{0,3 \times 0,7}}{\sqrt{120}} \approx 0,382$$

$$\text{d'où } I \approx \underline{\{0,218; 0,382\}}$$

$$b) f = \frac{42}{120} = 0,35 \in I$$

Règle de décision: on peut accepter l'hypothèse au seuil de 95%

32

$$f(t) = 5 \cos(3t^3 + 1)$$

$f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

$$\text{On pose } u(t) = 3t^3 + 1$$

$$\text{or } (\cos u)' = -u' \sin u$$

$$, u'(t) = 9t^2$$

$$\begin{aligned} \text{d'au } f'(t) &= 5 \times (-9t^2) \sin(3t^3 + 1) \\ &= -45t^2 \sin(3t^3 + 1) \end{aligned}$$

34

$$X \sim d(400; 0,22).$$

$$P(X \geq x) = 0,47.$$

$$x \approx 400$$

A calculatrice:

36

$$X \sim B(200; 0,25).$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 50) &= 1 - P(X < 50) \\ &= 1 - P(X \leq 49). \end{aligned}$$

$$\approx 1 - 0,4729 \approx \underline{0,5271}$$

39

$$I = \int_{-1}^3 \frac{e^{2x}}{(e^{2x} + 3)^2} dx$$

$$u(x) = e^{2x} + 3 \quad u'(x) = 2e^{2x}$$

$$\frac{u'(x)}{(u(x))^2} = \frac{2e^{2x}}{(e^{2x} + 3)^2}$$

$$\text{d'au } \frac{1}{2} \frac{u'(x)}{(u(x))^2} = \frac{e^{2x}}{(e^{2x} + 3)^2}$$

$$I = \left[ -\frac{1}{2} \times \frac{1}{e^{2x} + 3} \right]_{-1}^3$$

$$= -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{e^6 + 3} - \frac{1}{e^{-2} + 3} \right) \approx \underline{0,1582}$$

41

$$2e^{2x} + 3e^x - 5 = 0 \quad (E)$$

On pose  $X = e^x$

$$(E) \Leftrightarrow 2X^2 + 3X - 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 + 40 = 49 > 0$$

2 sol.  $\neq$

$$X_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 7}{4} = 1$$

$$X_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 7}{4} = -\frac{5}{2}$$

$$e^{x_1} = 1 \Leftrightarrow x_1 = 0 \quad \{S = \{0\}\}$$

$$e^{x_2} = -\frac{5}{2} \text{ impossible car } e^{x_2} > 0$$

44) a)  $f(x) = x^3 + 3\sqrt{x} - 5$

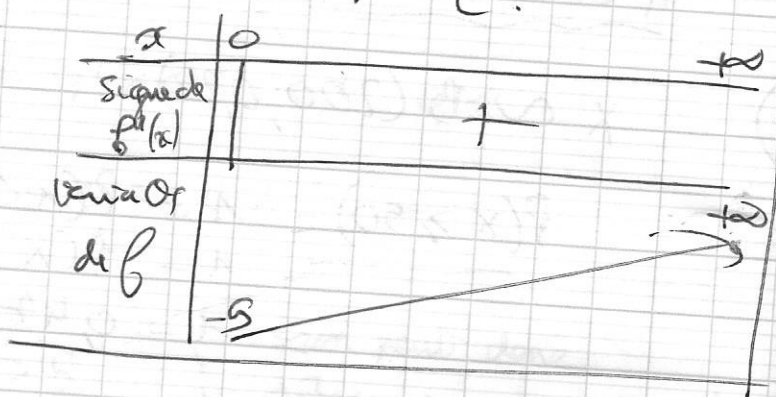
$f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}^{++} (= ]0; +\infty[)$ .

$$f'(x) = 3x^2 + \frac{3}{2\sqrt{x}} > 0, \text{ pour } \forall x \in ]0; +\infty[$$

ce  $f$  strictement croissante sur  $]0; +\infty[$ .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f(0) = -5$$



$f$  est continue sur  $[0; +\infty[$ , strict-croissante avec :

Corollaire du TUI :  $0 \in [-5; +\infty[$   
 $f(x) = 0$  admet 1 unique solution sur  $[0; +\infty[$

b) A la calculatrice :

Soit  $\alpha$  cette solution.  
 $\alpha \in [1,19; 1,20]$

1)  $I = \int_{-\pi}^{\pi} \sin 3x \, dx$

$$f(x) = \sin 3x$$

$x \mapsto \sin 3x$  est continue sur  $[-\pi; \pi]$ .  
 Elle est donc intégrable sur  $[-\pi; \pi]$ .

$F(x) = -\frac{1}{3} \cos 3x$  est une primitive de  $f$  sur  $[-\pi; \pi]$ .

$$\text{d'où } I = \left[ -\frac{1}{3} \cos 3x \right]_{-\pi}^{\pi} = -\frac{1}{3} \cos 3\pi + \frac{1}{3} \cos(-3\pi) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \boxed{0}$$

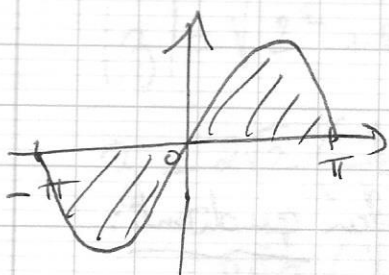
Rq:  $x \mapsto \sin 3x$  est unipériodique

En effet:  $\forall x \in [-\pi; \pi], \quad x \in [-\pi; \pi]$   
 une symétrique par rapport à 0



et  $\sin(-3x) = -\sin 3x$

La courbe de  $f$  est donc symétrique par rapport à l'origine



(2)  $2z^2 - 3z + 2 = 0 \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 2 \end{cases}$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 \times 2 \times 2$$

$$= 9 - 16$$

$$= -7 < 0$$

d'où l'éq. admet 2 solutions complexes conjuguées

$$z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{3 + i\sqrt{7}}{4} = \frac{3}{4} + i\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$z_2 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{3 - i\sqrt{7}}{4} = \frac{3}{4} - i\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{4} + i\frac{\sqrt{7}}{4} ; \frac{3}{4} - i\frac{\sqrt{7}}{4} \right\}$$

(3)  $f(x) = (3e^x + 2)^3$  est définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

On pose  $u(x) = 3e^x + 2 \quad u'(x) = 3e^x$

or,  $(u^n)' = n \times u' \times u^{n-1}$

d'où  $f'(x) = 3 \times 3e^x (3e^x + 2)^2$

$$= 9e^x (3e^x + 2)^2$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -3x = -\infty$  } Forme indéterminée du type " $\infty - \infty$ "

$$\frac{x^3 - 3x}{2x^3 + 1} = \frac{x^3(1 - \frac{3}{x^2})}{x^3(2 + \frac{1}{x^3})}$$

$$\text{Or, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\text{Par somme : } \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{3}{x^2} = 1 \quad \left. \vphantom{\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{3}{x^2} = 1} \right\} \text{ par quotient:}$$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 + \frac{1}{x^3} = 2 \quad \left. \vphantom{\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 + \frac{1}{x^3} = 2} \right\} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{3}{x^2}}{2 + \frac{1}{x^3}} = \frac{1}{2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

⑤ Comme  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ , alors la droite horizontale d'équation  $y = \frac{1}{2}$  est asymptote horizontale à la courbe de  $f$

⑦  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0$ , par produit  $\lim_{x \rightarrow 0} 3 \sin x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5x = 0$$

Forme indéterminée du type " $\frac{\infty}{\infty}$ "

$$\text{Or, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (\text{preuve: } \frac{\sin x}{x} = \frac{\sin x - \sin 0}{x - 0})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 0}{x - 0} = \cos(0) = 1$$

↓  
valeur dérivée de sin en 0

$$\text{Or, } \frac{3 \sin x}{5x} = \frac{3}{5} \times \frac{\sin x}{x}$$

$$\text{Par produit: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x}{5x} = \frac{3}{5} \times 1 = \frac{3}{5}$$



$$⑧ z = 2 - 2i$$

$$|z| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$z = 2\sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= 2\sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$= 2\sqrt{2} (\cos \theta + i \sin \theta) \text{ avec } \begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{et } \sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\arg z = -\frac{\pi}{4} [2\pi]$$

On peut prendre  $\theta = -\frac{\pi}{4}$

$$⑨ \left( \sin x + \frac{1}{2} \right) \left( \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0 \quad \text{sur } [-\pi; 2\pi[$$

$$(E_1): \sin x + \frac{1}{2} = 0 \text{ ou } \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \quad (E_2).$$

$$(E_1): \sin x = -\frac{1}{2}$$

sur  $\mathbb{R}$ :  
 $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$

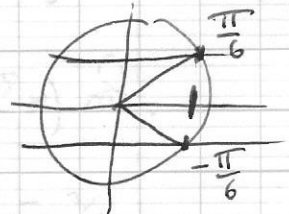
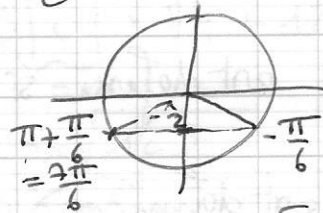
ou

$$x = \pi + \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$= \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

sur  $[-\pi; 2\pi[$ :

$$x = -\frac{\pi}{6} \text{ ou } \frac{7\pi}{6} \text{ ou } \frac{11\pi}{6}$$



$$(E_2): \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Dans  $[-\pi; 2\pi[$

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ ou } -\frac{\pi}{6} \text{ ou } \frac{11\pi}{6}$$

Par conséquent :

$$\text{Dans } [-\pi; 2\pi[ \quad S = \left\{ -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$$

$$(10) \quad z = \frac{7\sqrt{5}}{4} - i \frac{7\sqrt{5}}{4}$$

$$|z| = \sqrt{\frac{49 \times 5}{16} + \frac{49 \times 5}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{49 \times 5}{16} (3 + 1)}$$

$$= \sqrt{\frac{49 \times 5 \times 4}{4 \times 4}}$$

$$= \frac{7}{2} \sqrt{5}$$

$$z = \frac{7\sqrt{5}}{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right)$$

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \theta = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{, d'où: } \theta = -\frac{\pi}{6} \{2\pi\}$$

$$\text{donc } \underline{z = \frac{7\sqrt{5}}{2} e^{-i\frac{\pi}{6}}}$$

$$(11) \quad \ln(3x+1) = \ln(x^2+3)$$

•  $\ln(3x+1)$  est défini si et seulement si:  $3x+1 > 0$   
 $\Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$

•  $\ln(x^2+3)$  est défini  $\Leftrightarrow x^2+3 > 0$  (toujours)

il en résulte que le domaine de l'équation est:  $\underline{-\frac{1}{3}; +\infty[}$

$$e^{\ln(3x+1)} = e^{\ln(x^2+3)}$$

(car  $a = b \Leftrightarrow e^a = e^b$ )

$$\text{d'où } 3x+1 = x^2+3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 8 = 1 > 0$$

d'après l'éq. admet 2 sol réelles distinctes.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+1}{2} = 2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-1}{2} = 1$$

$$\text{or, } 1 \in ]-\frac{1}{3}; +\infty[ \\ \text{et } 2 \in ]-\frac{1}{3}; +\infty[$$

Donc:  $S = \{1; 2\}$

$$(12) e^{5x-2} \geq 1 \quad \Leftrightarrow e^{5x-2} \geq e^0$$

$$\Leftrightarrow 5x-2 \geq 0 \quad (\text{car } e^a = e^b \Leftrightarrow a=b)$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$$

Donc  $S = [\frac{2}{5}; +\infty[$

$$(14) z = -3i(2-11i)$$

$$|z| = |-3i(2-11i)| = |-3i| \times |2-11i| \quad (\text{car } |zz'| = |z| \times |z'|)$$

$$= \underbrace{3|i|}_{=1} \times \sqrt{4+121}$$

$$= 3 \times \sqrt{125}$$

$$= 3 \times \sqrt{5^2 \times 5}$$

$$= 15\sqrt{5}$$

$$(16) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0, \quad \text{Par somme: } \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{n} = 1$$

$$(1 + \frac{1}{n})^n: \text{FI}$$

$$(1 + \frac{1}{n})^n = e^{n \ln(1 + \frac{1}{n})} = e^{\frac{\ln(1 + \frac{1}{n})}{\frac{1}{n}}}$$



$$\text{or, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad \left( \text{preuve: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \ln 1}{1+x-1} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right)$$

$$= \text{la dérivée de } \ln \text{ en } 1 = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{or, } \frac{1}{n} \rightarrow 0 \text{ as } n \rightarrow +\infty$$

$$\text{Par composée: } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + \frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} = 1$$

$$\text{D'au par composée: } \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{\ln(1 + \frac{1}{n})}{\frac{1}{n}}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^1 = e = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$(17) I = \int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

$$\text{Soit } f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}, \quad f \text{ est définie et continue sur } [0; 2] \\ \text{Elle est donc intégrable sur } [0; 2].$$

On pose:

$$u(x) = x^2 + 1, \quad u'(x) = 2x$$

$$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{or, } \frac{u'}{2\sqrt{u}} \text{ se primitive en } \sqrt{u}$$

$$\text{d'au } I = \left[ \sqrt{x^2+1} \right]_0^2 = \underline{\underline{\sqrt{5} - 1}}$$

$$(18) \sqrt{\pi} - 2 \in ]-1; 1[$$

$$\text{or, } q^n \rightarrow 0 \text{ as } n \rightarrow +\infty, \text{ si } q \in ]-1; 1[$$

$$\text{Donc: } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{\pi} - 2)^n = 0$$

(19)  $n \in \mathbb{N}$ :

$$f_n(x) = \frac{\sqrt{x} + e^{-nx^2}}{x}$$

$f_n$  est dérivable sur  $\mathbb{R}^{*+}$

$$\text{on pose } u(x) = \sqrt{x} + e^{-nx^2} \\ v(x) = x$$

$$u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2nx$$

$$v'(x) = 1$$

$$\text{Or, } \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\begin{aligned} \text{donc } f'_n(x) &= \frac{\frac{x}{2\sqrt{x}} - 2nx^2 e^{-nx^2} - \sqrt{x} - e^{-nx^2}}{x^2} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{4nx^2 e^{-nx^2}}{2} - \frac{2\sqrt{x} + 2e^{-nx^2}}{2}}{x^2} \\ &= \frac{\sqrt{x} - 4nx^2 e^{-nx^2} - 2\sqrt{x} - 2e^{-nx^2}}{2x^2} \end{aligned}$$

$$f'_n(x) = \frac{-\sqrt{x} + 2e^{-nx^2}(-2nx^2 - 1)}{2x^2}$$

(20)  $x^2 + y^2 - x + 2y - \frac{7}{4} = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - x) + (y^2 + 2y) - \frac{7}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + (y + 1)^2 - 1 - \frac{7}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = 3$$

donc le cercle cherché est le cercle de centre  $\Omega\left(\frac{1}{2}; -1\right)$  et de rayon  $\sqrt{3}$

(22)  $\vec{EF}(5; 4; -3) \quad \vec{EG}(4; -3; 2)$

$$\underset{\vec{x}_{EF}}{5} = \underset{\vec{x}_{EG}}{4}k \Leftrightarrow k = \frac{5}{4}, \text{ or } y_{\vec{EG}} \times \frac{5}{4} = -3 \times \frac{5}{4} = -\frac{15}{4}$$

Donc  $\vec{EF}$  et  $\vec{EG}$  non colinéaires

Parc conséquent,  $E, F, G$  déterminent un plan

23) Soit  $\vec{n}(1; a; b)$  un vecteur normal à  $(EFG)$

alors  $\vec{n} \perp \vec{EF}$  et  $\vec{n} \perp \vec{EG}$

$$\Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{EF} = 0 \text{ et } \vec{n} \cdot \vec{EG} = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \times 5 + 4a - 3b = 0 \text{ et } 1 \times 4 - 3a + 2b = 0.$$

$$\begin{cases} 4a - 3b = -5 & (x3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3a + 2b = -4 & (x4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12a - 9b = -15 \\ -12a + 8b = -16 \end{cases} \quad L_2 \leftarrow L_1 + L_2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12a - 9b = -15 \\ -b = -31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 3 \times 31 = -5 \\ b = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 88 \\ b = 31 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 22 \\ b = 31 \end{cases}$$

D'où  $\vec{n}(1; 22; 31)$  vect. normal à  $(EFG)$

Soit  $M(x; y; z) \in (EFG)$ .

$$\vec{EM} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow (x+3) \times 1 + (y-1) \times 22 + z \times 31 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{x + 22y + 31z - 19 = 0} \quad (\text{Eq. cartésienne du plan } (EFG))$$



$$(24) x \sim U(-1, 2).$$

$$P(0 \leq x \leq 1) = \frac{1-0}{2-(-1)} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$(26) (P_1): 3x - 5y + 2z - 1 = 0$$

$$(P_2): -x + y - 3z = 0.$$

$$\begin{cases} 3x - 5y + 2z - 1 = 0 \\ -x + y - 3z = 0. \end{cases}$$

$$x = k, k \in \mathbb{R}.$$

$$\begin{cases} -5y + 2z + 3k - 1 = 0. \\ y - 3z - k = 0. \end{cases} \quad (\times 5) \Rightarrow \begin{cases} -5y + 2z = 1 - 3k. \\ 5y - 15z = 5k. \end{cases}$$

$$\frac{B=0}{A(0; -\frac{3}{13}; -\frac{1}{13})}$$

$$\frac{15}{13} - \frac{2}{13} - 1 = 0.$$

$$-\frac{3}{13} + \frac{3}{13} = 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5y + 2z = 1 - 3k. \\ -13z = 2k + 1. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k. \\ 5y = 2z - 1 + 3k \end{cases}$$

$$\left( z = -\frac{2}{13}k - \frac{1}{13} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k \\ y = \frac{2}{5} \left( -\frac{2}{13}k - \frac{1}{13} \right) + \frac{3k-1}{5}, k \in \mathbb{R} \\ z = -\frac{2}{13}k - \frac{1}{13} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k \\ y = -\frac{4}{65}k - \frac{2}{65} + \frac{3k-1}{5} \\ z = -\frac{2}{13}k - \frac{1}{13} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k \\ y = \frac{35}{65}k - \frac{15}{65}, k \in \mathbb{R} \\ z = -\frac{2}{13}k - \frac{1}{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k \\ y = \frac{7}{13}k - \frac{3}{13} \\ z = -\frac{2}{13}k - \frac{1}{13} \end{cases}$$

(29)  $\vec{u}(5; -4; 6)$   $\vec{v}(-1; 2; 0)$  ( $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non col  
 ils sont bien des vecteurs  
 du plan).

$\vec{n}(2; 1; -1)$ :

$$\begin{aligned} \vec{n} \cdot \vec{u} &= 5 \times 2 - 4 \times 1 + 6 \times (-1) & \vec{n} \cdot \vec{v} &= 2 \times (-1) + 1 \times 2 \\ &= 10 - 4 - 6 & &= -2 + 2 \\ &= 0 & &= 0. \end{aligned}$$

$\vec{n}$  est orthogonal à 2 vect. directeurs du plan  
 donc:

$\vec{n}$  est normal au plan

(33)  $g(t) = 2 \sin(5t - 3)$

$$G(t) = -\frac{2}{5} \cos(5t - 3) + k, \quad k \in \mathbb{R}$$

or,  $G(0) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cos(-3) + k = 0$

$$\Leftrightarrow k = \frac{2}{5} \cos(-3) = \frac{2}{5} \cos 3$$

Donc la primitive cherchée est:

$$G(t) = -\frac{2}{5} \cos(5t - 3) + \frac{2}{5} \cos 3$$

(35)  $X \sim \mathcal{N}(0; 1)$   
 $P(X \leq 2,58) \approx \underline{0,9951}$

(37)  $n = 50$   $p = 0,28$   
 $k \oplus$  petit entier  $t_q$   $P(X \leq a) \geq 0,025$   
 $k$  - - - - -  $P(X \leq b) \geq 0,975$

Avec la calculatrice:  $a = 8$   $d'au I = \left[ \frac{8}{50}; \frac{20}{50} \right]$   
 $b = 20$   $= \underline{\underline{[0,16; 0,40]}}$   
 Menu TABLE  
 $Y1 = \text{Binomial}(X, 50, 0,28)$

$$\textcircled{38} \quad z = \frac{3+7i}{-i+5} = \frac{(3+7i)(i+5)}{(-i+5)(i+5)}$$

$$= \frac{3i+15-7+35i}{1+25}$$

$$= \frac{8}{26} + i \frac{38}{26}$$

$$= \frac{4}{13} + i \frac{19}{13}$$

(Forme algébrique de  $z$ )

$\textcircled{40}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -n^2 = -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n = +\infty$$

} Par somme: FI du type " $-\infty + \infty$ "

$$-n^2 + 2n = -n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{2}{n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1$$

, d'où par somme:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \frac{2}{n} = 1$

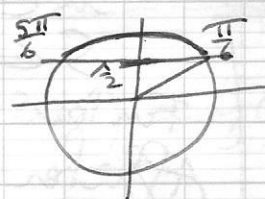
Par produit:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} -n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right) = -\infty$ .

Or,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

Par composée:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n^2+2n} = 0$

$$\textcircled{42} \quad f(x) = 2\sin^2 x - \sin x = \sin x (2\sin x - 1), \text{ sur } [0; \pi]$$

•  $\sin x \geq 0$ , pour tout  $x \in [0; \pi]$ .



•  $2\sin x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \geq \frac{1}{2}$   
 c'est-à-dire:  $x \in [\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}] \subset [0; \pi]$ .



Par produit:

| $x$      | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ |
|----------|---|-----------------|------------------|-------|
| signe de |   | -               | +                | -     |
| $f(x)$   | 0 | 0               | 0                | 0     |

43) Par tant m B.M:

$$\frac{n^2}{n^2+m} \leq u_n \leq \frac{n^2}{n^2+1}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 + 1 \quad \text{FI du type } \frac{\infty}{\infty}$$

car,

$$\frac{n^2}{n^2+1} = \frac{n^2}{n^2(1 + \frac{1}{n^2})} = \frac{1}{1 + \frac{1}{n^2}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1$$

Par somme:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{n^2} = 1$

Par quotient:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{n^2}} = 1$

De même:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{n^2+m} = 1$

Théorème d'encadrement:  $(u_n)$  croît et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$

45

$$u_0 \leftarrow 1$$

$$S \leftarrow 1$$

Par  $S$  allant de 1 à 100

$$u \leftarrow u \cdot e^{-u}$$

$$S \leftarrow S + u$$

Fin Par

Afficher  $S$

programme Python

from math import \*

$$u = 1$$

$$S = 1$$

for i in range(1, 101):

$$u = u * \exp(-u)$$

$$S = S + u$$

print S