

NOM :Prénom :

T5S	Devoir de mathématiques : <i>Intégration / Complexes</i>	Jeudi 04 avril 2019
-----	--	---------------------

- Durée : 1h30
- Calculatrice autorisée en mode Examen

Observations :

NOTE : /20

Exercice 1 :

Calculer les intégrales suivantes **en justifiant** :

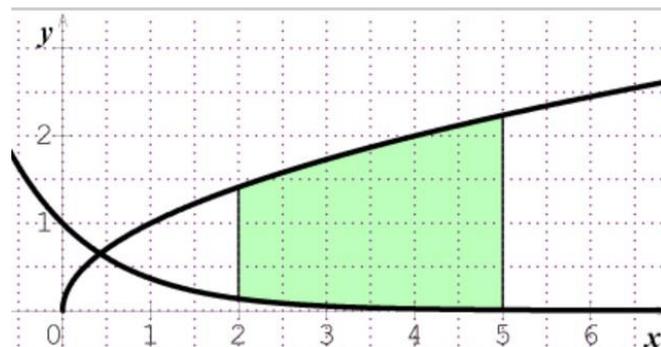
$$I_1 = \int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{3x} dx \quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x + 1) dx \quad I_3 = \int_{-1}^2 \frac{3x}{x^2 + 1} dx \quad I_4 = \int_0^1 x^2(1 + x^3)^4 dx$$

Exercice 2 :

Soit $F(x) = \int_2^x \frac{3}{\sqrt{t}} dt$

- 1) Calculer $F'(x)$ **en justifiant**
- 2) En déduire les variations de F sur $[2, +\infty[$

Exercice 3 :



Dans le même repère du plan, on a représenté la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x}$ et celle de la fonction g définie par $g(x) = e^{-x}$

Calculer l'aire en u.a. comprise entre les courbes des deux fonctions, et les droites verticales d'équations respectives $x = 2$ et $x = 5$

NOM :Prénom :

Exercice 4 :

Soit $F(x) = x \ln x$, définie sur $]0 ; +\infty[$

- 1) Montrer que F est dérivable et calculer $F'(x)$
- 2) En déduire que la valeur moyenne de f définie par $f(x) = \ln(x) + 1$ sur l'intervalle $[1 ; 3]$ est égale à $\frac{3 \ln 3}{2}$

Exercice 5 :

On considère $P(z) = (z - \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2})(z^2 - 2z + 2)$

- 1) Résoudre $P(z) = 0$
- 2) On pose $z_1 = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$ et $z_2 = 1 + i$
 - a) Soient $A(\frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2})$, $B(1 + i)$ et $C(1 - i)$ trois points du plan complexe.
 - Déterminer l'ensemble E_1 des points du plan complexe tels que $|z - 1 - i| = \sqrt{2}$
 - Déterminer l'ensemble E_2 des points du plan complexe tels que
$$|z - \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}| = |z - 1 + i|$$
 - b) Déterminer la forme exponentielle de z_1 et de z_2
 - c) En déduire celle de $Z = z_1 \times z_2$
 - d) Déterminer la forme algébrique de Z
 - e) En déduire la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12}$ et de $\sin \frac{\pi}{12}$