Nom :……………………………………… Prénom :…………………………….. **CORRIGÉ** Fait le 25/04/19

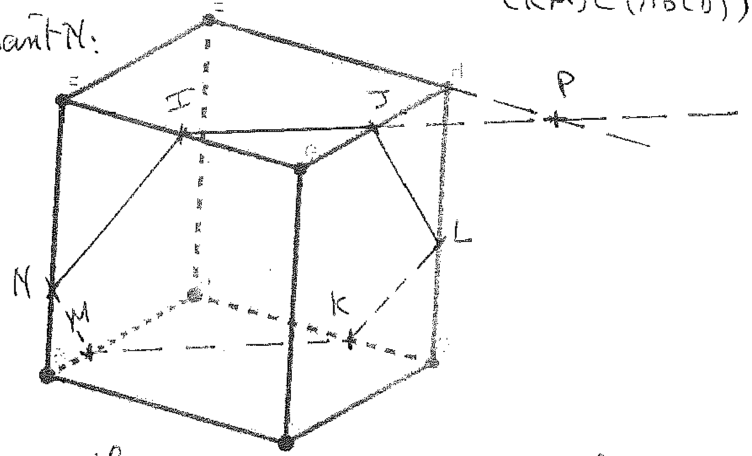
Exercice 1 :

En justifiant brièvement, tracer la section du cube suivant selon le plan (IJK) , sachant que I est le milieu de l'arête [FG], J celui de l'arête [GH] et K le point de [AD] tel que $DK = \frac{1}{3} \times DA$

Justification : [IJ] arête apparente sur la face EFGH. En prolongeant [IJ] $(IJ) \cap (EH) = \{P\}$ (point auxiliaire). Le point P étant dans le plan (ADH), $(PK) \subset (ADH)$ et $(PK) \cap (DH) = \{L\}$. Pour obtenir M, on trace la parallèle à (IJ) passant par K car les faces EFGH et ABCD du cubes sont parallèles (sachant que $(IJ) \subset (EFGH)$, $(KM) \subset (ABCD)$)

On raisonne de même pour le point N :

$(MN) // (LJ)$



La section cherchée est le polygone IJLKMN

Exercice 2 :

On considère une droite (d) dont une représentation paramétrique est donnée par :

$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 5t \\ z = 2 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

1) Déterminer un vecteur directeur de (d) en justifiant

Nom :……………………………………Prénom :…………………………..

2) Le point A(-17 ;-35 ;-19) appartient-il à (d) ? Justifier.
3) On considère la droite (AB) telle que A(- 4 ;1 ; 2) et B (5 ;-2 ;1).

Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) en justifiant.

4) Les droites (d) et (AB) sont-elles sécantes ? Justifier. Si tel est le cas, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

1) A partir de la représentation paramétrique donnée $\vec{u}(2\,;5\,;-3)$ est un vecteur directeur de (d)

2) $x_A = -17 = -3 + 2t \iff 2t = -14$
$\iff t = -7$

$y = 5\times(-7) = -35 = y_A$
$z = 2 - 3\times(-7) = 2 + 21 = 23 \neq z_A$
Donc $A \notin (d)$

3) $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,; y_B - y_A)$
$(9\,;-3\,;-1)$

$\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB)
D'où une représentation paramétrique de (AB) :

Nom : .... Prénom : ....

$$(AB) : \begin{cases} x = -4 + 9t' \\ y = 1 - 3t' \\ z = 2 - t' \end{cases}, \ t' \in \mathbb{R}$$

4) $\vec{u}(2;5;-3)$ $\quad \overrightarrow{AB}(9;-3;-1)$

$\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont pas colinéaires

Donc : (d) et (AB) ne sont pas parallèles

⚠ Elles ne sont pas obligatoirement sécantes.

$$-3+2t = -4+9t'$$

$$\Leftrightarrow \frac{1+2t}{9} = t'$$

De plus :

$$5t = 1-3t' \Leftrightarrow \frac{5t-1}{-3} = t'$$

alors $\dfrac{1+2t}{9} = \dfrac{5t-1}{-3} \Leftrightarrow 1+2t = -15t+3$

$$\Leftrightarrow 17t = 2$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{2}{17}$$

$$\cancel{2} - 3t = \cancel{2} - t'$$

$$\Leftrightarrow t' = 3t = \frac{6}{17}$$

D'où alors avec (d) : $\begin{cases} x = -3 + \frac{4}{17} = -\frac{47}{17} \\ y = \frac{10}{17} \\ z = 2 - \frac{6}{17} = \frac{28}{17} \end{cases}$

Nom :………………………………………Prénom :…………………………..

Et avec (AB) :

$$x = -4 + \frac{54}{17} = \frac{-68}{17} + \frac{54}{17} = \frac{-14}{17} \neq -\frac{47}{17}$$

Donc (d) et (AB) ne sont pas sécantes

Exercice 3 :

Soient les points suivants dans un repère de l'espace :

E(5 ;-2 ;1) , F(0 ;3 ;-1) et G(6 ;-1 ;9).

1) Montrer que ces trois points définissent un plan de l'espace.
2) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$
3) En déduire une représentation paramétrique du plan (EFG)
4) On considère le plan (P) = (O ; $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) . Etudier la position relative du plan (EFG) et du plan (P).

1) $\overrightarrow{EF}\,(x_F - x_E \,; y_F - y_E \,; z_F - z_E)$

$(0-5 \,; 3+2 \,; -1-1)$

$(-5 \,; 5 \,; -2)$

$\overrightarrow{EG}\,(1 \,; 1 \,; 8)$

$x_{\overrightarrow{EG}} \times (-5) = x_{\overrightarrow{EF}}$

mais $y_{\overrightarrow{EG}} \times (-5) = -5 \neq 5 = y_{\overrightarrow{EF}}$

D'où $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ ne sont pas colinéaires

Autrement dit :

E, F, G définissent un plan

Nom :……………………………………………Prénom :…………………………….

2) Dans la question 1), on a vu que : $\vec{EF}(-5\,;5\,;-2)$ et $\vec{EG}(1\,;1\,;8)$

3) Le plan (EFG) passe par $E(5\,;-2\,;1)$ et admet $\vec{EF}$ et $\vec{EG}$ comme vecteurs directeurs. D'où une représentation paramétrique du plan (EFG) :

$$\boxed{\begin{cases} x = 5 - 5t + t' \\ y = -2 + 5t + t' \\ z = 1 - 2t + 8t' \end{cases},\ (t,t') \in \mathbb{R}^2}$$

4) $(P) = (O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

Tout d'abord : $\vec{EF}$, $\vec{EG}$, $\vec{\imath}$ ne sont pas coplanaires.

D'où (P) et (EFG) ne sont pas parallèles.

Ils sont donc sécants.

Déterminons une représentation paramétrique de la droite intersection :

On sait que $z = 0$ (condition pour être dans le plan $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$)

Nom :……………………………………….Prénom :…………………………….

On a : $1-2t+8t'=0$

$\Leftrightarrow 8t'=2t-1$

$\Leftrightarrow t'=\frac{1}{4}t-\frac{1}{8}$

D'où $x=5-5t+\frac{1}{4}t-\frac{1}{8}$

$=\frac{39}{8}-\frac{19}{4}t$

$y=-2+5t+\frac{1}{4}t-\frac{1}{8}$

$=-\frac{17}{8}+\frac{21}{4}t$

$z=0$

D'où :

$$\boxed{\begin{cases} x=\frac{39}{8}-\frac{19}{4}t \\ y=-\frac{17}{8}+\frac{21}{4}t, \quad t\in\mathbb{R} \\ z=0 \end{cases}}$$