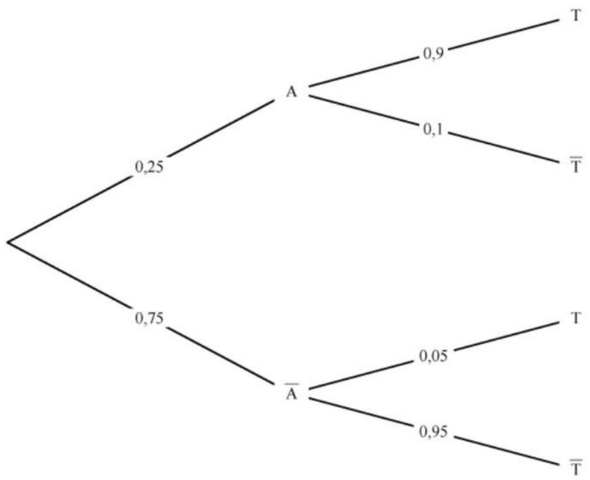
| | | |
|---|---|---|
| Spé Maths Terminale | **Corrigé des exercices de probabilité et de géométrie dans l'espace (Bac blanc n°1)** | Lundi 15 janvier 2024 |

## Exercice 1 : (5 pts)

### *Partie 1*

1)




2) $p(A\cap T) = p(A) \times p_A(T) = 0{,}25 \times 0{,}9 = \underline{0{,}225}$

3) $p(T) = p(A\cap T) + p(\overline{A} \cap T) = p(A) \times p_A(T) + p(\overline{A}) \times p_{\overline{A}}(T)$ (Formule des probabilités totales)

Donc $\mathbf{p(T) =}$ $0{,}225 + 0{,}75 \times 0{,}05 = \mathbf{\underline{0{,}2625}}$

4) Il faut donc calculer : $p_T(A) = \dfrac{p(A\cap T)}{p(T)} = \dfrac{0{,}225}{0{,}2625} \simeq \mathbf{\underline{0{,}857}}$

5)a) $\overline{A} \cap T$ et $A \cap \overline{T}$ sont les deux résultats qui correspondent à un résultat erroné du test.

b) $\mathbf{p(E)} = p(\overline{A} \cap T) + p(A \cap \overline{T}) = 0{,}75\times0{,}05 + 0{,}25\times0{,}1 = \mathbf{\underline{0{,}0625}}$

### *Partie 2*

1) $n = 50$. On répète 50 fois de manière indépendante la même épreuve de Bernoulli (=car tirage avec remise) (Succès : Test erroné / Echec : test non erroné) de paramètre $p = 0{,}0625$

On note X = la variable aléatoire qui compte les succès à l'issue des 50 expériences

**X suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,0625**

b) $p(X = 7) = \binom{50}{7} \times 0{,}0625^7 \times (1 - 0{,}0625)^{50-7} \simeq \mathbf{\underline{0{,}0232}}$

c) $p(X \geq 1) = 1 - p(X<1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{50}{0} \times 0{,}0625^0 \times (1 - 0{,}0625)^{50-0}$

$\simeq \mathbf{\underline{0{,}9603}}$ (à la calculatrice)

2) $p(X \geq 10) \geq 0{,}95$

$\Leftrightarrow 1 - p(X < 10) \geq 0{,}95$

$\Leftrightarrow 1 - p(X \leq 9) \geq 0{,}95$

$\Leftrightarrow p(X \leq 9) \leq 0{,}05$

Avec la calculatrice, pour n = 247, $p(X \leq 9) = 0{,}0514$

et pour n = 248, $p(X \leq 9) = 0{,}0498$

**3)** Pour que $p(X \geq 10) \geq 0{,}95$, il faut que la taille de l'échantillon soit supérieure ou égale à **248**

**Exercice 5 : (5 points)**

1) G (3 ;2 ;1) dans le repère.

On admet que I a pour coordonnées ($\frac{3}{2}$ ; 0 ; 2)

2) E(0 ;0 ;1) , H(0 ;2 ;1) . Soit $\vec{n}$ de coordonnées (2 ;0 ;-3)

On a : $\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix} 0 \\ 2-0 \\ 1-1 \end{pmatrix}$, d'où : $\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

De même : $\overrightarrow{EI}\begin{pmatrix} \frac{3}{2}-0 \\ 0-0 \\ 2-1 \end{pmatrix}$, d'où : $\overrightarrow{EI}\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{EI}$ ne sont pas colinéaires, car $x_{\overrightarrow{EH}} = 0$ et $x_{\overrightarrow{EI}} \neq 0$

Or, $\vec{n}.\overrightarrow{EI} = 2\times\frac{3}{2} + 0\times0 + (-3)\times1 = 0$

Et $\vec{n}.\overrightarrow{EH} = 2\times 0 + 0\times2 + (-3)\times0 = 0$, donc $\vec{n} \perp \overrightarrow{EI}$ et $\vec{n} \perp \overrightarrow{EH}$

Comme $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs directeurs du plan (EHI),

Alors : **$\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (EHI)**

Comme $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (EHI), on peut poser : $\begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$

Une équation cartésienne du plan (EHI) est donnée par :

$$2x - 3z + d = 0$$

Or, E(0 ;0 ;1) $\in$ (EHI), d'où : -3 + d = 0 , c'est-à-dire : d = 3

Une équation cartésienne du plan (EHI) est donnée par : **2x – 3z + 3 = 0**

3) On a : $\overrightarrow{IE}\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ et F(3 ;0 ;1) d'où : $\overrightarrow{IF}\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{IF} = -\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} + 0 \times 0 + (-1) \times (-1) = -\frac{9}{4} + 1 = -\frac{5}{4}$

D'autre part, $\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{IF} = IE \times IF \times \cos(\widehat{EIF})$

Avec $IE = \sqrt{\frac{9}{4} + 1} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$ et $IF = \sqrt{\frac{9}{4} + 1} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

D'où : $\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{IF} = \frac{\sqrt{13}}{2} \times \frac{\sqrt{13}}{2} \times \cos(\widehat{EIF}) = \frac{13}{4} \cos(\widehat{EIF}) = -\frac{5}{4}$

D'où : $\cos(\widehat{EIF}) = -\frac{5}{13}$

Alors : **$\widehat{EIF} = \cos^{-1}(-\frac{5}{13}) \simeq 113°$** (à la calculatrice)

4)a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\4\\1\end{pmatrix}$ vecteur directeur de $(\Delta)$ et $R(6\,;-3\,;-1) \in (\Delta)$

Soit $M(x\,;y\,;z) \in (\Delta)$. $\overrightarrow{RM}\begin{pmatrix}x-6\\y+3\\z+1\end{pmatrix}$ est aussi un vecteur directeur de $(\Delta)$

D'où : $\vec{u}$ et $\overrightarrow{RM}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow \overrightarrow{RM} = k\vec{u}$, avec $k \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}x-6\\y+3\\z+1\end{pmatrix} = k\begin{pmatrix}-3\\4\\1\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 3k \\ y = -3 + 4k \\ z = -1 + k \end{cases},\ k \in \mathbb{R}$$

C'est une représentation paramétrique de la droite $(\Delta)$

b) On admet qu'une équation cartésienne du plan (BFG) est donnée par : $x = 3$

On note $\{K\} = (\Delta) \cap (BFG)$

D'où : $6 - 3k = 3$ , c'est-à-dire : $k = 1$ , d'où les coordonnées de K sont :

$$\begin{cases} x = 6 - 3 \\ y = -3 + 4 \\ z = -1 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

Donc : **K a pour coordonnées (3 ;1 ;0)**

c) $\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, c'est-à-dire : B , K et C alignés et dans cet ordre. (K est même le milieu de [BC])

Donc : **K∈[BC]**