Spé Maths Terminale	**Rappels de Spé Première :** *Suites géométriques, suites auxiliaires, variations, comportement à l'infini*	Septembre 2020

Problème :

Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1 \\ u_0 = -1 \end{cases}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) Calculer u_1, u_2 et u_3

2) A l'aide de la calculatrice, conjecturer les variations de la suite (u_n) ainsi que son comportement à l'infini.

3) Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n + 3$
   a) Montrer soigneusement que (v_n) est une suite géométrique. (On donnera son premier terme et sa raison)

   b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n

   c) En déduire que $u_n = 2\times \left(\frac{2}{3}\right)^n - 3$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

4) Montrer que (u_n) est décroissante

5) Algorithmique et programmation :

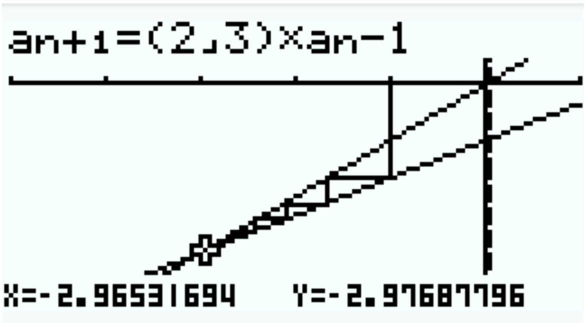
Calcul du terme de rang N :

```
U← -1
Saisir N
Pour I allant de 1 à N faire
    U←(2/3)*U – 1
FinPour
Afficher U
```

Programme en PYTHON :

```python
U=-1
N=int(input("N=? :"))
for i in range(1,N+1):
    U=(2/3)*U - 1
print (U)
```

Escalier avec la calculatrice :

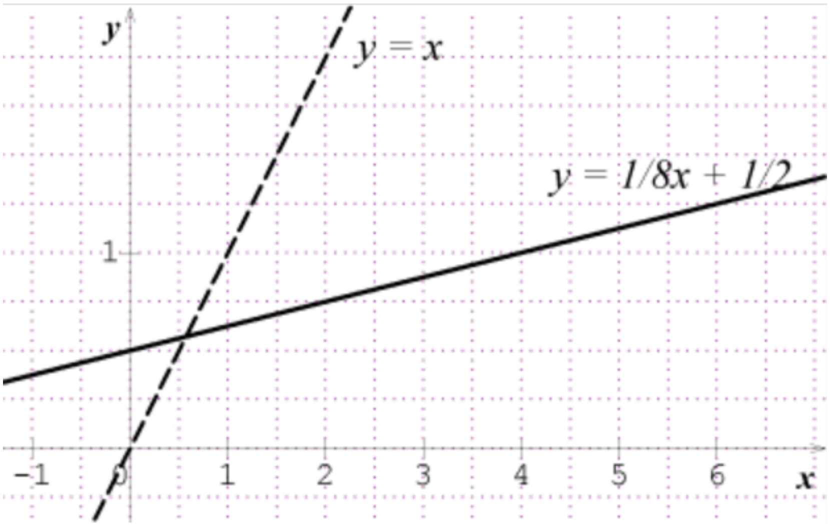


Exercices :

Exercice 1 :

On définit la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{8}u_n + \frac{1}{2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$ **, pour tout n**$\epsilon\mathbb{N}$

1) En utilisant la calculatrice (mode RECUR), calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n)
2) Conjecturer les variations de (u_n)
3) Montrer que cette suite n'est ni arithmétique, ni géométrique
4) On pose $v_n = u_n - \frac{4}{7}$, pour tout n $\epsilon\mathbb{N}$
    a) Montrer que (v_n) est géométrique. On donnera son premier terme et sa raison.
    b) Exprimer v_n en fonction de n
    c) En déduire u_n en fonction de n
    d) Etudier les variations de (u_n)
    e) Compléter la représentation graphique en escalier des premiers termes de la suite (un) dans le repère ci-dessous :

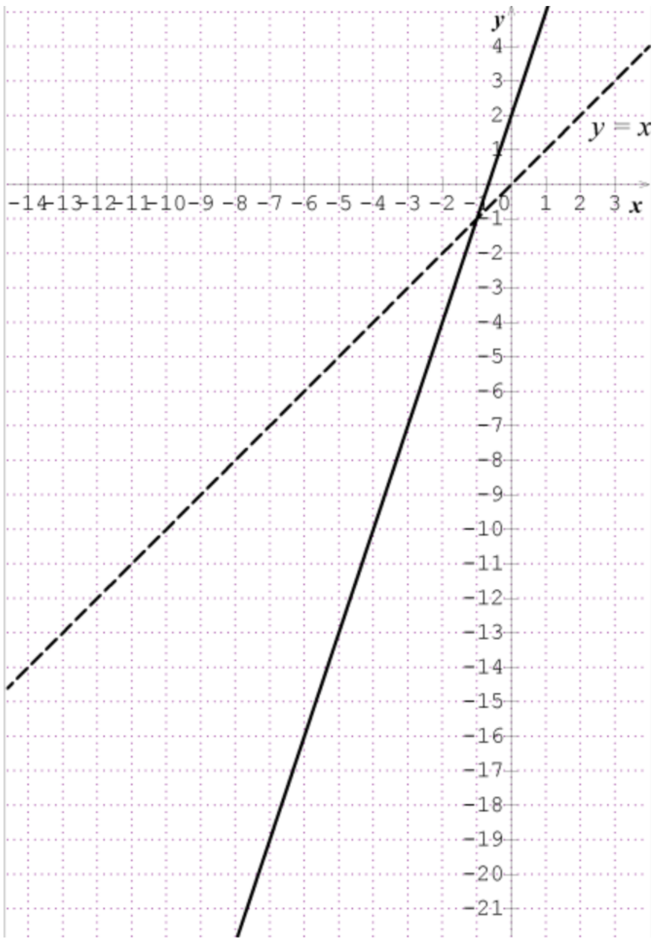


Quelle semble être la limite de (u_n) quand n tend vers +∞ ?

Exercice 2 :

On définit la suite (un) par : $\begin{cases} \mathbf{u_{n+1} = 3u_n + 2} \\ \mathbf{u_0 = -4} \end{cases}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) Calculer les cinq premiers termes
2) Compléter la représentation des premiers termes de la suite :



Conjecturer les variations et l'éventuelle limite quand n tend vers +∞

3) Montrer que (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
4) On pose $v_n = u_n + 1$
   a) Montrer que (v_n) est géométrique.
   b) Exprimer v_n en fonction de n
   c) En déduire u_n en fonction de n
5) Déterminer précisément les variations de (u_n)