Spé Maths Tale (M Mangeard)	**Feuille de permanence n°8 :** *Probabilités conditionnelles / Loi binomiale*	Décembre 2020

Exercice 1 :

On considère une variable aléatoire X qui suit B(22 ;0,28)

1) A l'aide de la calculatrice, calculer à 10^{-4} près :
   a) $P(X = 10)$ b) $P(X \leq 15)$ c) $P(X > 16)$
2) Dresser un tableau de probabilités cumulées à l'aide de la calculatrice, et déterminer le plus petit entier naturel a tel que $P(X \leq a) > 0{,}025$
   et le plus petit entier naturel b tel que $P(X \leq b) \geq 0{,}975$

Exercice 2 :

La probabilité qu'un archer atteigne sa cible est de 0,7.
Il effectue 10 tirs.

1) Pourquoi peut-on considérer qu'on peut alors définir un schéma de Bernoulli ? Donner les paramètres.
2) En déduire à 10^{-3} près, la probabilité qu'il réussisse 3 tirs sur les 10.

Exercice 3 :

Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher : trois sont vertes et deux rouges.

On tire au hasard une boule de l'urne.

- Si la boule tirée est rouge, on perd 20 €.
- Si la boule tirée est verte, on gagne 10 €.

On réalise quinze fois cette épreuve en remettant à chaque fois la boule tirée après chaque tirage.

On note G : la variable aléatoire qui indique le gain algébrique du joueur

Et X : la variable aléatoire qui compte le nombre de boules rouges à l'issue des quinze tirages.

1) Justifier que $G = 150 – 30X$
2) Déterminer en justifiant la loi de probabilité de X.
3) Calculer E(X)
4) En déduire E(G)

Exercice 4 :

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 10^{-4} près.

Dans un pays, 2 % de la population est contaminée par un virus.

(Toute ressemblance avec une situation réelle n'est que fortuite, bien sûr ! 😉)

Partie I :

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un résultat positif au test est de 0,99
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est 0,97

On teste une personne choisie au hasard dans cette population.

Notons V l'événement : « La personne est contaminée par le virus » et T l'événement : « Le test est positif »

1) Traduire cette situation à l'aide d'un arbre pondéré
2) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est de 0,0492
3) a) Justifier par calcul l'affirmation suivante : « Si le test est positif, il y a environ 40% de chances (façon de parler…) que la personne soit contaminée »
   b) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée sachant que son test est négatif.

Partie II :

On choisit successivement et au hasard dix personnes de la population. On considère que les choix sont indépendants.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes contaminées parmi ces dix personnes.

1) Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les dix.