Spé Maths Terminale (M Mangeard)	**Feuille de permanence n°7 :** Calculs de limites / Asymptotes	Novembre 2020

Exercice 1 :

Calculer les limites suivantes en détaillant les calculs :

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} 5x^2 - 3x + 2$ b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{7x+1}{9x-1}$ c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

Exercice 2 :

Calculer les limites suivantes en utilisant les composées de fonctions :

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2+1}$ 2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{\frac{1}{x} + 3}$ 3) $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{\frac{2}{x}}$ 4) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} e^{\frac{2}{x}}$

Exercice 3 :

Soit la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = \frac{2e^x - 5}{3e^x + 1}$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$
2) Interpréter graphiquement cette limite.

Exercice 4 :

Soit la fonction f définie sur ℝ par : $h(x) = \frac{1-x^2}{x-6}$

1) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 6 \\ x<6}} h(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 6 \\ x>6}} h(x)$
2) Interpréter graphiquement ces limites.

Exercice 5 :

Soit la fonction g définie par : $g(x) = \frac{x^2-x-6}{4x^2+9x+2}$

1) Montrer que si on cherche à calculer directement $\lim\limits_{x \to -2} g(x)$, on obtient une forme indéterminée. Donner son type.

2) Factoriser le numérateur et le dénominateur, puis simplifier l'expressions de g

3) En déduire $\lim\limits_{x \to -2} g(x)$

Exercice 6 :

Soit la fonction g définie par : $g(x) = \frac{3x + 8}{4 - 5x}$

1) Déterminer le domaine de définition de g (on le notera D_g)
2) Déterminer les limites de g aux bornes de D_g
3) Calculer g'(x)
4) En déduire les variations de g. (On dressera son tableau de variation sur D_g)

Exercice 7 : Etude de la fonction tangente hyperbolique

On définit la fonction **tangente hyperbolique** notée th par : $\text{th}(x) = \frac{\text{sh}(x)}{\text{ch}(x)}$,

où $\text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ (=sinus hyperbolique) et $\text{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ (=cosinus hyperbolique)

Ainsi ; $\text{th}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

1) Déterminer le domaine de définition de th
2) Etudier la parité de th. En déduire une conséquence graphique concernant la courbe de th.
3) a) Pour calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de th, montrer les égalités suivantes :

$$\text{th}(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \quad \text{et} \quad \text{th}(x) = \frac{-1 + e^{2x}}{1 + e^{2x}}$$

b) En déduire : $\lim\limits_{x \to +\infty} \text{th}(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \text{th}(x)$
c) Interpréter graphiquement les deux limites obtenues.

4) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe de th en 0
5) Dans le même repère, tracer la courbe de th , la droite (T) et les éventuelles asymptotes.