Spé Maths Terminale (M Mangeard)	**Feuille de permanence sur les suites (Rappels de Première)**	Septembre 2020

Exercice 1 :

Calculer la somme S suivante **en justifiant** :

$$S = 5 + \frac{5}{4} + \frac{5}{16} + \ldots + \frac{5}{4\,194\,304}$$

Exercice 2 :

Soit la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 3 \\ u_0 = -1 \end{cases}$

1) (u_n) est –elle arithmétique ? Est-elle géométrique ? Justifier
2) A l'aide de la calculatrice, conjecturer les variations de (u_n) et sa limite éventuelle à l'infini. Faire des phrases.
3) On pose $v_n = u_n - 5$

   a) Montrons que (v_n) est géométrique. On donnera son premier terme et sa raison.
   b) En déduire v_n en fonction de n
   c) Montrer que $u_n = 5 - 6 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$, pour tout n , entier naturel.

4) a) Déterminer les variations de (u_n) en justifiant
   b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ en justifiant

Exercice 3 :

Le dernier recensement effectué en 2017 dans une ville indique qu'il y avait alors 23 250 habitants.

L'étude de l'évolution de la population sur plusieurs années a conduit la mairie a établir un modèle d'évolution afin de prévoir des aménagements futurs.

Tous les ans, la population semble augmenter de 2,1 %.

On note p_n : la population de cette ville l'année 2017 + n . On a donc $p_0 = 23\,250$

1) Avec ce modèle, calculer le nombre d'habitants en 2018 et en 2019

2) Déterminer la nature de la suite (p_n) en justifiant.

3) En déduire p_n en fonction de n

4) En gardant ce modèle, à l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année la population de cette ville dépassera les 35 000 habitants. Justifier.

Exercice 4 :

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - 2 \\ u_0 = -5 \end{cases}$ pour tout n ∈ ℕ

1) En utilisant la calculatrice avec une table de valeurs, conjecturer le sens de variation de (u_n) et son comportement à l'infini.

2) Montrer que (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique

3) On pose $v_n = u_n + \frac{8}{3}$, pour tout n∈ℕ

a) Montrer que (v_n) est géométrique. On donnera son premier terme et sa raison.

b) Exprimer v_n en fonction de n

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

d) Démontrer le comportement à l'infini conjecturé à la question 1)

Exercice 5 :

Déterminer les trois réels x, y et z sachant que ce sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique et que :

$$\begin{cases} x + y + z = 54 \\ xyz = 5\,670 \end{cases}$$

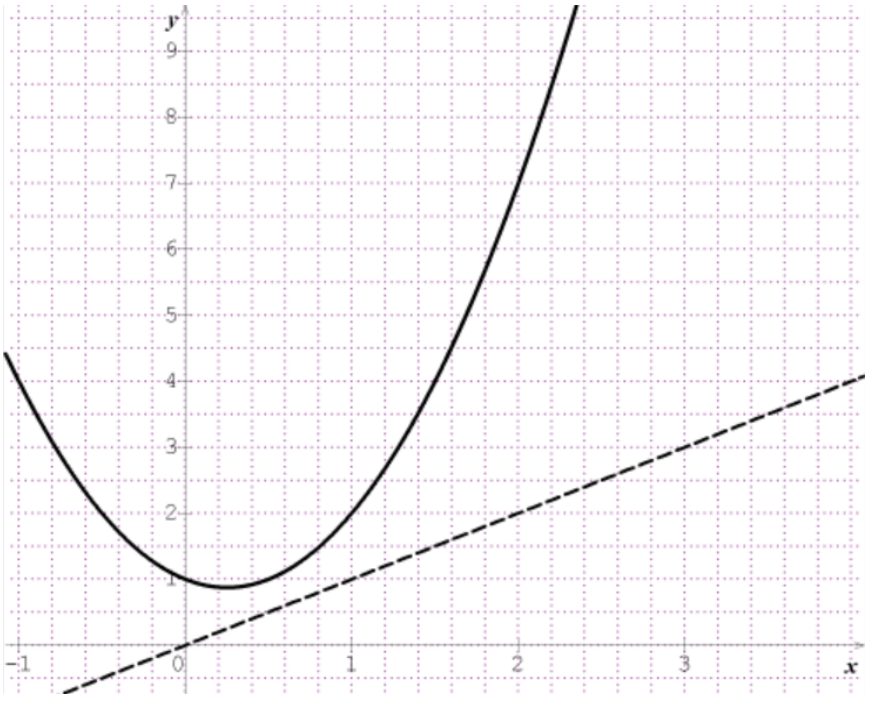
Exercice 6 :

On considère les suites (u_n) et (v_n) suivantes définies par récurrence sur ℕ par :

$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases}$	$\begin{cases} v_{n+1} = 2v_n^2 - v_n + 1 \\ v_0 = 0 \end{cases}$

Conjecturer les variations et le comportement à l'infini pour ces deux suites **après** avoir représenté les premiers termes avec « les escaliers » sur les représentations graphiques page suivante : ***(Utiliser des couleurs et faire des tracés précis)***

Suite (u_n)	Suite (v_n)
Conjectures :	*Conjectures :*
*……	*……...
*……	*……...

Suite (u_n)

Suite (v_n)