Spé Maths Terminale (M Mangeard)

## Corrigé de l'évaluation de mathématiques :

Utilisation du corollaire du TVI / Etude de fonction

Fait le vendredi 15/01/2021

## Exercice 1:

1) Montrer **soigneusement** que l'équation  $e^{-5x} - 2 = 0$ 

admet une unique solution dans l'intervalle [-1;0]

On pose  $f(x) = e^{-5x} - 2$  f est définie et dérivable (donc continue) sur IR, d'ai en perticulier sur [-1;0]  $f'(x) = -5e^{-5x}$ or,  $e^{-5x} > 0$ , par test  $x \in \mathbb{R}$ , d'ai en paticulier sur [-1;0]commo -5 < 0, alors: f'(x) < 0 sur IR, d'ai égoloment sur [-1;0]Donc f strictement décrassante sur [-1;0]D'autre pout, f(0) = -1 et  $f(-1) = e^{x} - 2 \sim 146,470$ c'ost- à-dire:  $0 \in [f(0);f(-1)]$ D'aprèr le conollaire du TVI, l'équation f(x) = 0 adment une unique solution sur [-1;0]

2) A l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement de cette solution à 10<sup>-3</sup> près.

A l'aide de la calculatrice, en obtient per balayage:

-0,139 < d <-0,138 (à 10<sup>-3</sup> près)

## Exercice 2:

On considère la fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{1}{4}(2x+3)e^{2x} + 1$ 

1) Calculer  $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ 

 $\lim_{x\to+\infty} 2x + 3 = +\infty$   $\lim_{x\to+\infty} 2x$   $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{4}(2x + 3)e^{2x} = +\infty$   $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{4}(2x + 3)e^{2x} + 1 = +\infty$   $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{4}(2x + 3)e^{2x} + 1 = +\infty$ 

2) a) Calculer 
$$\lim_{x\to-\infty} f(x)$$
 (on rappelle que:  $\lim_{x\to-\infty} x e^x = 0$ )

 $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{4}(2x+3) = -\infty$ 

of  $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$  of  $\lim_{x\to-\infty} 2x = -\infty$ 
 $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$ 

Find  $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$ 
 $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$ 

On pose 
$$X=2x$$

$$\lim_{x\to -\infty} xe^{x} = 0, \ d \text{ in } \lim_{x\to -\infty} 2xe = 0$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{3}{2}e^{x} = 0$$

$$\lim_{x\to -\infty} 0: P(x)$$

Donc: Rim f(x) = 1

b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu (faire une phrase)

Comme lim 
$$f(x) = 1$$
, la diate d'équation  $y = 1$  est asymptote houisontale à  $(B_f)$  en  $-\infty$ 

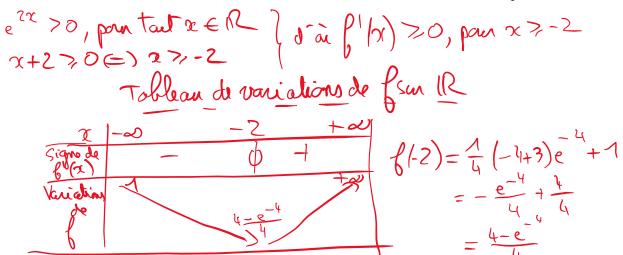
3) Montrer que f'(x) =  $(x + 2)e^{2x}$ f'est derivable su IR comme produit, puis somme de fonctions derivables sur IR

a pose 
$$x(x) = 2x + 3$$
  $y(x) = 2$   $2x$   $y(x) = 2e^{2x}$ 

on, (un) = u'v + uv  $\int dx = \int (x) = \frac{1}{4} \left( 2e^{2x} + (2x+3)x^2e^{2x} \right)$  $=\frac{1}{2}e^{2x}+(2x+3)e^{2x}$  $= e^{7x} \left( \frac{1}{7} + \frac{2x+3}{2} \right) = e^{2x} \left( \frac{\chi(x+2)}{\chi} \right)$ 

donc: 
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = (x+2)e^{2x}$$

4) En déduire les variations de f sur  $\mathbb{R}$  (On dressera le tableau de variation complet)



5) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T<sub>0</sub>) à la courbe de f au point d'abscisse 0

(To): 
$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$
  
or,  $f'(0) = 2e^0 = 2$   
et  $f(0) = \frac{1}{4}x3e^0 + 1 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$   
Donc:  $y = 2x + \frac{1}{4}$  Equation reduite de  $(T_0)$