

Exercice n°1 : (/1 point) $\approx 5 \text{ min}$

Soit n un entier naturel non nul, démontrer que n et $n + 1$ sont toujours premiers entre eux.

Exercice n°2 : (/4 points) $\approx 10 \text{ min}$

Déterminer tous les couples d'entiers naturels non nuls $(x; y)$ avec $x < y$ tels que $\begin{cases} x + y = 72 \\ \text{pgcd}(x; y) = 8 \end{cases}$

Exercice n°3 : (6,5 points) $\approx 20 \text{ min}$

Soit n un entier naturel, on pose $a = 2n + 3$ et $b = 3n + 2$

On note $d = \text{pgcd}(a; b)$

- 1) Démontrer que $d = 1$ ou $d = 5$
- 2) Recopier et compléter le tableau de congruences ci-dessous :

$n \equiv [5]$	0	1	2	3	4
$a \equiv [5]$					
$b \equiv [5]$					

- 3) En déduire que $d = 5$ si et seulement si $n = 5q + 1, q \in \mathbb{Z}$
- 4) Que peut-on alors dire de a et b lorsque $n \neq 5q + 1, q \in \mathbb{Z}$?
- 5) Dans cette question, on pose $a = 59$ et $b = 86$
 - a) En utilisant les résultats obtenus précédemment, préciser la valeur de $\text{pgcd}(a; b)$. Justifier votre réponse.
 - b) Retrouver ce résultat en utilisant l'algorithme d'Euclide ou le théorème de Bezout.