NOM :.. Prénom :................................

Terminale S Spécialité Maths	**Devoir de mathématiques** *Matrices*	16/02/15

– Calculatrices autorisées

Observations :

NOTE :

Exercice 1 :(Sur le sujet)

On souhaite montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible et calculer son inverse de deux manières différentes :

A) Première méthode :

1) Calculer det(A) et en déduire que A est inversible

2) Calculer A^{-1} en détaillant les étapes

B) Deuxième méthode :

1) Montrer qu'il existe deux entiers α et β, tels que $A^2 = \alpha A + \beta I_2$ où I_2 est la matrice identité

2) En déduire que A est inversible et déterminer A^{-1}

Exercice 2 : (Sur le sujet) (Avec prise d'initiatives)

On considère trois plans de l'espace (P_1), (P_2) et (P_3) d'équations respectives :

$(P_1) : 2x - 3y + z - 12 = 0$

$(P_2) : -x + 2y - 4z + 21 = 0$

$(P_3) : 5x - 4y + 2z - 21 = 0$

En utilisant la calculatrice, le calcul matriciel et en justifiant chaque étape soigneusement, déterminer, par calcul, l'intersection de ces trois plans.

Exercice 3 : (Sur votre copie)

Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

1) a) Exprimer M^2 en fonction de M et de I.
   b) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $M^n = u_n M + v_n I$, où u_n et v_n vérifient les relations $u_0 = 0$, $v_0 = 1$, et pour tout entier naturel n :

$$\begin{cases} u_{n+1} = -2u_n + v_n \\ v_{n+1} = 3u_n \end{cases}$$

2) a) Vérifier que pour tout entier naturel n , on a la relation : $u_{n+1} + v_{n+1} = u_n + v_n = 1$
   b) En déduire que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = -3u_n + 1$
3) On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $t_n = u_n - \dfrac{1}{4}$
   a) Montrer que la suite (t_n) est géométrique
   b) Exprimer t_n en fonction de n
   c) En déduire les expressions de u_n, v_n et M^n en fonction de n