

NOM : Prénom :

Spé Maths TS	<u>Devoir n°2 :</u> <i>Divisibilité/Division euclidienne/Congruences</i>	Lundi 20 novembre 2017
--------------	--	------------------------

- Calculatrice autorisée

Observations :

NOTE : /20

Exercice 1 : (Cours et application)

1) Soient a, b, c et d , quatre entiers relatifs et n , un entier naturel, tels que :

$$a \equiv b [n] \quad \text{et} \quad c \equiv d [n]$$

a) Montrer soigneusement que $a + c \equiv b + d [n]$

b) Montrer soigneusement que $ac \equiv bd [n]$

2) On souhaite déterminer tous les entiers naturels n tels que : $(n - 5)^2 \equiv 1 [7]$ (E)

a) Compléter le tableau des restes modulo 7 ci-dessous :

$n \equiv$	0	1	2	3	4	5	6
$n - 5 \equiv$							
$(n - 5)^2 \equiv$							

Justifier quelques étapes

b) En déduire la résolution complète de l'équation (E)

NOM : Prénom :

Exercice 2 :

Montrer par récurrence que pour tout n entier naturel : $7 \mid 4^{3n} - 8^n$

Exercice 3 :

Soit N un entier naturel. $N = \sum_{k=0}^n a_k \times 10^k$, avec $0 \leq a_k \leq 9$, a_k entiers naturels

- 1) Montrer que $N \equiv a_0 [10]$ en justifiant

- 2) En déduire , en justifiant soigneusement, la détermination du chiffre des unités du nombre 2011^{2018}

Exercice 4 :

- 1) Montrer que $2^7 \equiv -1[3]$

- 2) En déduire le reste dans la division euclidienne de 2^{2018} par 3

NOM : Prénom :

Exercice 5 :

On souhaite montrer que l'équation (E) : $3x^2 - 5y^2 = 1$ n'admet pas de solutions entières.

- 1) Compléter le tableau de restes modulo 5 suivant (sans justification) :

$x \equiv$	0	1	2	3	4
$x^2 \equiv$					

- 2) Conclure soigneusement :