

NOM : Prénom : Classe:

Spé Maths TS4-5-6	<u>Devoir de mathématiques :</u> <i>Matrices</i>	Lundi 23 janvier 2017
-------------------	--	-----------------------

- Calculatrice autorisée
- Durée : environ 50 min

Observations :

NOTE :

Exercice 1 :

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$

- 1) En utilisant les formules vues en cours, montrer que A est inversible et déterminer sa matrice inverse A^{-1}

- 2) On souhaite montrer que A est inversible et calculer son inverse en utilisant **une autre méthode :**

- a) Montrer que $A^2 - 9A = I$, où I désigne la matrice identité

- b) En déduire que A est inversible et calculer son inverse A^{-1}

NOM : Prénom : Classe:

3) En déduire la résolution matricielle du système suivant :

$$\begin{cases} 2x - 5y = -\frac{9}{4} \\ -3x + 7y = \frac{13}{4} \end{cases}$$

Exercice 2 :

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1) Après avoir calculé A^2 et A^3 , montrer que $A^3 = -2I$.
Comment peut-on qualifier la matrice A^3 ?

2) En déduire que A est inversible et calculer A^{-1}

NOM : Prénom : Classe:

Exercice 3 :

On a $M = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{18}{5} \\ -\frac{27}{5} & -\frac{7}{5} \end{pmatrix}$. *Le but de l'exercice est de calculer M^n , pour tout $n \in \mathbf{N}$*

On pose $D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ et $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

1) Déterminer D^n , pour tout $n \in \mathbf{N}$ en justifiant soigneusement :

2) Montrer que P est inversible et calculer P^{-1}

3) Calculer PDP^{-1}

4) Montrer que pour tout $n \in \mathbf{N}$, $M^n = PD^nP^{-1}$

5) En déduire M^n en explicitant les coefficients.